

TRẮC NGHIỆM TÍCH PHÂN

GVBM : ĐOÀN NGỌC DŨNG

I. ĐỊNH NGHĨA

Giả sử $f(x)$ là một hàm số liên tục trên một khoảng K , a và b là hai phần tử bất kỳ của K , $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên K . Hiệu số $F(b) - F(a)$ được gọi là tích phân từ a đến b của $f(x)$ và được ký hiệu

là $\int_a^b f(x)dx$. Vậy theo định nghĩa, ta có : $\int_a^b f(x)dx = F(x)|_a^b = F(b) - F(a)$ (công thức Newton-Leibniz)

- Dấu \int là dấu tích phân.
- Biểu thức $f(x)dx$ là biểu thức dưới dấu tích phân, $f(x)$ là hàm số dưới dấu tích phân.
- $f(x)dx$ là vi phân của mọi nguyên hàm của $f(x)$.
- a và b gọi là các cận của tích phân (a là cận dưới, b là cận trên), x gọi là biến số lấy tích phân.

▪ Chú ý :

- Giả thiết hàm số $f(x)$ liên tục trên K đảm bảo rằng nó có nguyên hàm trên K .

Do đó công thức (1) sẽ vô nghĩa nếu $f(x)$ không liên tục trên $[a ; b]$. Ví dụ: $\int_{-1}^1 \frac{1}{x} dx$ là không tính được.

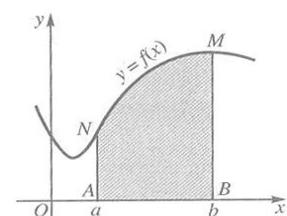
Vì vậy, khi tính tích phân $\int_a^b f(x)dx$, rất cần kiểm tra tính liên tục của hàm số $f(x)$ dưới dấu tích phân, vì theo định nghĩa ta chỉ xét tích phân các hàm số liên tục.

- Việc gọi a là cận dưới, b là cận trên của tích phân không có nghĩa là phải có $a < b$. Tuy nhiên nếu $a < b$ thì đoạn $[a ; b]$ còn gọi là đoạn lấy tích phân.
- Tích phân (1) chỉ phụ thuộc vào hàm số $f(x)$ và các cận của tích phân mà không phụ thuộc vào ký hiệu biến số tích phân. Nói cách khác, các tích phân: $\int_a^b f(x)dx$, $\int_a^b f(t)dt$, $\int_a^b f(u)du$, ... là như nhau.
- Công thức (1) cũng cho cách tính tích phân theo 2 bước:
- Bước 1 : Tính nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[a ; b]$.
- Bước 2 : Thay các cận vào rồi tính hiệu $F(b) - F(a)$.

II. Ý NGHĨA HÌNH HỌC CỦA TÍCH PHÂN

Nếu hàm số $y = f(x)$ liên tục và không âm trên đoạn $[a ; b]$ thì tích phân $\int_a^b f(x)dx$ là

diện tích của hình thang cong giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = f(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x = a$ và $x = b$.



III. CÁC TÍNH CHẤT

Giả sử các hàm số $f(x)$, $g(x)$ liên tục trên K và a , b , c là ba số bất kỳ thuộc K . Khi đó ta có:

(Trên đây ta giả thiết rằng các tích phân đều tồn tại)

$$1) \int_a^a f(x)dx = 0$$

$$2) \int_b^a f(x)dx = - \int_a^b f(x)dx$$

$$3) \int_a^b kf(x)dx = k \int_a^b f(x)dx \quad (k \in \mathbb{R})$$

$$4) \int_a^b [f(x) \pm g(x)]dx = \int_a^b f(x)dx \pm \int_a^b g(x)dx$$

$$5) \int_a^c f(x)dx = \int_a^b f(x)dx + \int_b^c f(x)dx$$

$$6) f(x) \geq 0 \text{ trên đoạn } [a ; b] \Rightarrow \int_a^b f(x)dx \geq 0$$

$$7) f(x) \geq g(x) \text{ trên đoạn } [a ; b] \text{ thì: } \int_a^b f(x)dx \geq \int_a^b g(x)dx$$

8) $m \leq f(x) \leq M$ trên đoạn $[a ; b]$ thì: $m(b - a) \leq \int_a^b f(x)dx \leq M(b - a)$

9) Nếu t biến thiên trên đoạn $[a ; b]$ thì: $G(t) = \int_a^t f(x)dx$ là một nguyên hàm của hàm số $f(t)$ và $G(a) = 0$.

▪ Chú ý 1 :

Nếu $f(x)$ là hàm liên tục trên $[-a ; a]$ và với $a > 0$ thì:

▪ $\int_{-a}^a f(x)dx = \begin{cases} 2 \int_0^a f(x)dx & \text{khi } f(x) \text{ chẵn trên } [-a ; a] \\ 0 & \text{khi } f(x) \text{ lẻ trên } [-a ; a] \end{cases}$

Nhớ rằng: Dấu hiệu để nhận biết tích phân của hàm số chẵn hay lẻ là cận dưới và cận trên đối nhau, hay có cận bằng 0 và so $f(-x)$ với $f(x)$.

▪ Chú ý 2 :

a) Nếu $f(x)$ là hàm liên tục trên $[0 ; 1]$ thì: $\int_0^{\pi/2} f(\sin x)dx = \int_0^{\pi/2} f(\cos x)dx$

Thí dụ: $\int_0^{\pi/2} \sin^3 x dx = \int_0^{\pi/2} \cos^3 x dx = \frac{2}{3}$

b) Khi làm bài tập phải nhớ: $(\int f(x)dx)' = f(x)$.

<i>Nguyên hàm các hàm số sơ cấp thường gặp</i>	<i>Một số công thức nguyên hàm mở rộng</i>
<u>1)</u> $\int 0dx = C$	
<u>2)</u> $\int 1dx = x + C$	
<u>3)</u> $\int \frac{(ax^2 + bx + c)'}{ax^2 + bx + c} dx = \ln ax^2 + bx + c + C$ ($a \neq 0$)	
<u>4)</u> $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$ ($n \neq -1$; $n \in \mathbb{R}$)	<u>4*)</u> $\int (ax + b)^n dx = \frac{1}{a} \cdot \frac{(ax + b)^{n+1}}{n+1} + C$
<u>5)</u> $\int \frac{dx}{x} = \ln x + C$	<u>5*)</u> $\int \frac{dx}{ax + b} = \frac{1}{a} \ln ax + b + C$ ($a \neq 0$)
<u>6)</u> $\int \frac{dx}{x^2} = \frac{-1}{x} + C$	<u>6*)</u> $\int \frac{dx}{x^n} = \frac{-1}{(n-1)x^{n-1}} + C$ ($x \neq 0$)
<u>7)</u> $\int \frac{dx}{\sqrt{x}} = 2\sqrt{x} + C$ ($x \neq 0$)	<u>7*)</u> $\int \frac{dx}{\sqrt{ax + b}} = \frac{2}{a} \sqrt{ax + b} + C$ ($a \neq 0$)
<u>8)</u> $\int \cos x dx = \sin x + C$	<u>8*)</u> $\int \cos(ax + b)dx = \frac{1}{a} \sin(ax + b) + C$ ($a \neq 0$)
<u>9)</u> $\int \sin x dx = -\cos x + C$	<u>9*)</u> $\int \sin(ax + b)dx = -\frac{1}{a} \cos(ax + b) + C$ ($a \neq 0$)
<u>10)</u> $\int e^x dx = e^x + C$	<u>10*)</u> $\int e^{ax+b} dx = \frac{1}{a} \cdot e^{ax+b} + C$
<u>11)</u> $\int \alpha^x dx = \frac{\alpha^x}{\ln \alpha} + C$ ($0 < \alpha \neq 1$)	<u>11*)</u> $\int \alpha^{ax+b} dx = \frac{1}{a} \cdot \frac{\alpha^{ax+b}}{\ln \alpha} + C$ ($0 < \alpha \neq 1$)
<u>12)</u> $\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \int (1 + \tan^2 x) dx = \tan x + C$	<u>12*)</u> $\int \frac{dx}{\cos^2(ax + b)} = \frac{1}{a} \tan(ax + b) + C$
<u>13)</u> $\int \frac{dx}{\sin^2 x} = \int (1 + \cot^2 x) dx = -\cot x + C$	<u>13*)</u> $\int \frac{dx}{\sin^2(ax + b)} = -\frac{1}{a} \cot(ax + b) + C$

PHƯƠNG PHÁP TÍNH TÍCH PHÂN

GVBM : ĐOÀN NGỌC DŨNG

I. PHƯƠNG PHÁP PHÂN TÍCH

Tính tích phân theo công thức : $\int_a^b f(x)dx = F(x)|_a^b = F(b) - F(a)$ (công thức Newton-Leibniz)

Để tính $\int_a^b f(x)dx$ ta phân tích $f(x)$ dưới dấu tích phân theo một tổng những hàm số rồi áp dụng những công thức tích phân căn bản. Cần chú ý các tính chất sau :

$$1) \int_a^a f(x)dx = 0$$

$$2) \int_a^b f(x)dx = - \int_b^a f(x)dx$$

$$3) \int_a^b kf(x)dx = k \int_a^b f(x)dx \quad (k \in \mathbb{R})$$

$$4) \int_a^b [f(x) \pm g(x)]dx = \int_a^b f(x)dx \pm \int_a^b g(x)dx$$

• Tích phân chỉ phụ thuộc vào hàm số $f(x)$ và các cận của tích phân mà không phụ thuộc vào ký hiệu biến số tích phân. Nói cách khác, các tích phân : $\int_a^b f(x)dx$, $\int_a^b f(t)dt$, $\int_a^b f(u)du$, ... là như nhau.

II. TÍCH PHÂN HÀM CHÚA GIÁ TRỊ TUYỆT ĐỐI

Muốn tính : $I = \int_a^b |f(x)|dx$, ta thực hiện các bước sau :

Bước 1 : Xét dấu hàm $f(x)$ trên đoạn $[a ; b]$ để loại bỏ dấu giá trị tuyệt đối.

Bước 2 : Áp dụng công thức : $I = \int_a^b |f(x)|dx = \int_a^c |f(x)|dx + \int_c^b |f(x)|dx$ (với $c \in [a ; b]$)

III. TÍCH PHÂN HÀM CỨC TRI

Trên đoạn $[a ; b]$. nếu :

- $f(x) - g(x) \geq 0$ thì $\text{Max}[f(x), g(x)] = f(x)$; $\text{min}[f(x), g(x)] = g(x)$
- $f(x) - g(x) \leq 0$ thì $\text{Max}[f(x), g(x)] = g(x)$; $\text{min}[f(x), g(x)] = f(x)$

IV. PHƯƠNG PHÁP LƯỢNG GIÁC HÓA

Nếu hàm số dưới dấu tích phân có chứa các căn thức dạng $\sqrt{a^2 - x^2}$, $\sqrt{a^2 + x^2}$, $\sqrt{x^2 - a^2}$, thì nếu không có cách biến đổi nào khác thì nên đổi sang các hàm số lượng giác để làm mất căn thức.

Dạng	Cách đặt	Điều kiện của t
$\sqrt{a^2 - x^2}$	$x = a \cdot \sin t$	$t \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$
$\sqrt{a^2 + x^2}$	$x = a \cdot \tan t$	$t \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$
$\sqrt{x^2 - a^2}$	$x = \frac{a}{\cos t}$	$t \in [0; \pi] \setminus \left\{\frac{\pi}{2}\right\}$

▪ Chú ý :

a) Nếu : $-a \leq x \leq a$ ($a > 0$) thì đặt $x = a \cdot \sin t$ ($-\frac{\pi}{2} \leq t \leq \frac{\pi}{2}$) (hoặc $x = a \cdot \cos t$)

b) Nếu : $0 \leq x \leq a$ ($a > 0$) thì đặt $x = a \sin^2 t$ ($0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}$) (hoặc $x = a \cos^2 t$)

c) Nếu $\sqrt{\frac{a+x}{a-x}}$ thì đặt $x = a \cdot \cos t$

V. PHƯƠNG PHÁP ĐỔI BIẾN SỐ

Ta có : $I = \int_a^b f[u(x)].u'(x)dx$

Bước 1 : Đặt $t = u(x)$ và tính vi phân $dt = u'(x)dx$.

Bước 2 : Đổi cận tích phân : $\begin{array}{c|cc} x & a & b \\ t & \alpha & \beta \end{array}$

▪ Chú ý : Điều kiện $u(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[a ; b]$.

Bước 3 : Biến đổi $I = \int_a^b f[u(x)].u'(x)dx = \int_{\alpha}^{\beta} f(t)dt$

Bước 4 : Tính $I = \int_{\alpha}^{\beta} f(t)dt = F(t)|_{\alpha}^{\beta} = F(\beta) - F(\alpha)$

VI. PHƯƠNG PHÁP TỪNG PHẦN

Công thức tính tích phân từng phần: $\int_a^b u dv = uv|_a^b - \int_a^b v du$

• Loại 1 : $I = \int_a^b p(x) \begin{bmatrix} \sin x \\ \cos x \\ e^x \end{bmatrix} dx$

Bước 1 : Đặt $u = p(x)$ và tính vi phân $du = p'(x)dx$.

$$dv = \begin{bmatrix} \sin x \\ \cos x \\ e^x \end{bmatrix} \text{ và } v = \begin{bmatrix} -\cos x \\ \sin x \\ e^x \end{bmatrix}$$

Bước 2 : Áp dụng công thức tích phân từng phần, ta có : $I = p(x) \begin{bmatrix} -\cos x \\ \sin x \\ e^x \end{bmatrix}|_a^b - \int_a^b \begin{bmatrix} -\cos x \\ \sin x \\ e^x \end{bmatrix} . p'(x)dx \quad (1)$

Bước 3 : Tính $\int_a^b \begin{bmatrix} -\cos x \\ \sin x \\ e^x \end{bmatrix} . p'(x)dx$. Thay kết quả tìm được vào (1) ta được I.

• Loại 2 : $I = \int_a^b p(x) \ln x dx$

Bước 1 : Đặt $u = \ln x$ và tính vi phân $du = \frac{dx}{x}$.

$$dv = p(x) \text{ và } v = \int p(x)dx = P(x)$$

Bước 2 : Áp dụng công thức tích phân từng phần, ta có : $I = P(x) \ln x|_a^b - \int_a^b \frac{P(x)}{x} dx \quad (1)$

Bước 3 : Tính $\int_a^b \frac{P(x)}{x} dx$. Thay kết quả tìm được vào (1) ta được I.

• Loại 3 : $I = \int_a^b \begin{bmatrix} \sin x \\ \cos x \end{bmatrix} e^x dx$

$$\begin{cases} u = \begin{bmatrix} \sin x \\ \cos x \end{bmatrix} \\ dv = e^x dx \end{cases}$$

• Loại 4 : Loại đặc biệt.

VII. TÍCH PHÂN HÀM HỮU TỈ

1) Một số công thức :

a) $\int \frac{dx}{ax+b} = \frac{1}{a} \ln|ax+b| + C \quad (a \neq 0)$

b) $\int \frac{(ax^2+bx+c)'}{ax^2+bx+c} dx = \ln|ax^2+bx+c| + C \quad (a \neq 0)$

2) Các dạng tổng quát :

Dạng 1 : $I = \int \frac{1}{ax^2+bx+c} dx \quad (a \neq 0)$

Xét $\Delta = b^2 - 4ac$ của phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$)

1) Nếu $\Delta=0$, thì : $ax^2 + bx + c = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2$ nên $I = \frac{1}{a} \int \frac{dx}{\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2} = \frac{1}{a} \cdot \frac{-1}{x + \frac{b}{2a}} + C$

2) Nếu $\Delta > 0$, thì : $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$ (với $x_1 < x_2$)

• Cách 1 : Phân tích thành phân thức: $\frac{1}{a(x-x_2)(x-x_1)} = \frac{1}{a(x_2-x_1)} \left[\frac{1}{x-x_2} - \frac{1}{x-x_1} \right]$

• Cách 2 : Sử dụng đồng nhất thức.

• Cách 3 : CASIO :

Phân tích thành dạng: $\frac{mx+n}{x^2+bx+c} = \frac{mx+n}{(x-a)(x-b)} = \frac{A}{x-a} - \frac{B}{x-b}$

Ta muốn tìm hệ số nào, ta xóa nghiệm dưới mẫu của thừa số đó trong $\frac{mx+n}{(x-a)(x-b)}$ và bấm CALC đúng nghiệm dưới mẫu của nó.

Để tìm A. Ta nhập $\frac{mx+n}{(x-b)}$ và CALC $x=a$ sẽ tìm được A.

Để tìm B. Ta nhập $\frac{mx+n}{(x-a)}$ và CALC $x=b$ sẽ tìm được B.

Ta có: $\frac{1}{x^2-4x+3} = \frac{1}{(x-3)(x-1)} = \frac{A}{x-3} + \frac{B}{x-1}$

Để tìm A. Ta nhập $\frac{1}{(x-1)}$ và CALC $x=3$ sẽ tìm được $A=\frac{1}{2}$.

Để tìm B. Ta nhập $\frac{1}{(x-3)}$ và CALC $x=1$ sẽ tìm được $B=-\frac{1}{2}$.

Do đó : $\frac{1}{x^2-4x+3} = \frac{1}{(x-3)(x-1)} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x-3} - \frac{1}{x-1} \right)$

▪ Chú ý : Ta chú ý thêm công thức : $\int \frac{dx}{x^2-a^2} = \frac{1}{2a} \ln \left| \frac{x-a}{x+a} \right| + C$

Ta có: $\frac{1}{x^2-4x+3} = \frac{1}{(x^2-4x+4)-1} = \frac{1}{(x-2)^2-1^2}$

Do đó: $I = \int_{\frac{5}{4}}^{\frac{1}{0}} \frac{1}{x^2-4x+3} dx = \int_{\frac{1}{0}}^{\frac{1}{5}} \frac{dx}{(x-2)^2-1^2} \Rightarrow I = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1} \ln \left| \frac{x-2-1}{x-2+1} \right|_{\frac{1}{0}}^{\frac{1}{5}} = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{x-3}{x-1} \right|_{\frac{1}{0}}^{\frac{1}{5}} = \frac{1}{2} \left(\ln \frac{1}{2} - \ln \frac{1}{3} \right) = \frac{1}{2} \ln \frac{3}{2}$

3) Nếu $\Delta < 0$, thì : $ax^2 + bx + c = a \left[\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{\Delta}{4a} \right] = a \left[\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 + \left(\sqrt{-\frac{\Delta}{4a}} \right)^2 \right]$

Đặt: $x + \frac{b}{2a} = \sqrt{-\frac{\Delta}{4a}} \tan t \Rightarrow dx = \sqrt{-\frac{\Delta}{4a}} (\tan^2 t + 1) dt$. Ta tính được I.

□ Dạng 2 : $I = \int \frac{dx + e}{ax^2 + bx + c} dx \quad (a \neq 0)$

Phương pháp : Ta biến đổi: $I = \int_a^\beta \frac{dx + e}{ax^2 + bx + c} dx = \frac{d}{2a} \int_a^\beta \frac{2ax + b}{ax^2 + bx + c} dx + \left(e - \frac{bd}{2a} \right) \int_a^\beta \frac{dx}{ax^2 + bx + c}$

• Tích phân $I_1 = \int_a^\beta \frac{2ax + b}{ax^2 + bx + c} dx$ có dạng : $\int \frac{(ax^2 + bx + c)'}{ax^2 + bx + c} dx = \ln |ax^2 + bx + c| + C \quad (a \neq 0)$

• Tích phân $I_2 = \int_a^\beta \frac{dx}{ax^2 + bx + c}$ có dạng 1 mà ta đã biết.

▪ Ghi chú : Nếu $ax^2 + bx + c = 0$ có hai nghiệm, ta có thể tính I bằng phương pháp đồng nhất.

□ Dạng 3 : $I = \int \frac{P(x)}{Q(x)} dx$

Phương pháp :

a) Nếu bậc của $P(x)$ lớn hơn hoặc bằng bậc của $Q(x)$ thì ta phải chia $P(x)$ cho $Q(x)$.

b) Nếu bậc của $P(x)$ nhỏ hơn bậc của $Q(x)$ thì ta dùng đồng nhất thức để phân tích thành các tổng.

Các trường hợp có thể xảy ra :

• TH1 : Mẫu số có nghiệm đơn: $\frac{P(x)}{Q(x)} = \frac{P(x)}{(x-a)(x-b)(x-c)} = \frac{A}{x-a} + \frac{B}{x-b} + \frac{C}{x-c}$

• TH2 : Mẫu số có nghiệm đơn và vô nghiệm: $\frac{P(x)}{Q(x)} = \frac{P(x)}{(x-\alpha)(ax^2+bx+c)} = \frac{A}{x-\alpha} + \frac{Bx+C}{ax^2+bx+c}$

• TH3 : Mẫu số có nghiệm bội: $\frac{P(x)}{Q(x)} = \frac{P(x)}{(x-a)^3(x-b)^2} = \frac{A}{(x-a)^3} + \frac{B}{(x-a)^2} + \frac{C}{(x-a)} + \frac{D}{(x-b)^2} + \frac{E}{(x-b)}$

▪ Chú ý : Nhiều khi trong một số trường hợp đặc biệt, qua một phép biến đổi nào đó ta có thể đưa một hữa tử về dạng đơn giản.

a) Tích phân dạng: $\int \frac{x}{ax^4 + bx^2 + c} dx$

b) Tích phân dạng: $\int \frac{dx}{(x+a)^2(x+b)^2} \quad (a \neq b)$: Sử dụng đồng nhất thức: $\left[\frac{(x+a)-(x+b)}{a-b} \right]^2 = 1$

c) Tích phân dạng: $\int \frac{dx}{\sqrt{(x+a)(x+b)}}$

– Với $x+a > 0$ và $x+b > 0$, đặt $t = \sqrt{x+a} + \sqrt{x+b}$

– Với $x+a < 0$ và $x+b < 0$, đặt $t = \sqrt{-x-a} + \sqrt{-x-b}$

d) Tích phân có dạng: $\int \frac{dx}{(\alpha x + \beta) \sqrt{ax^2 + bx + c}}$.

Bước 1 : Đặt $t = \frac{1}{\alpha x + \beta}$

Bước 2 : Bài toán được chuyển về: $I = \int \frac{dt}{\alpha t^2 + \beta t + \gamma}$

▪ Chú ý : Phương pháp trên có thể được áp dụng cho dạng tổng quát hơn là: $\int \frac{(Ax+B)dx}{(\alpha x + \beta)^n \sqrt{ax^2 + bx + c}}$

VIII. TÍCH PHÂN LIÊN KẾT

Đôi khi, thay vì tính trực tiếp tích phân $I = \int_a^b f(x)dx$ ta có thể liên kết với một tích phân $J = \int_a^b g(x)dx$.

Rồi tính tổng $I + J$ và hiệu $I - J$.

Giải hệ phương trình : $\begin{cases} I + J = M \\ I - J = N \end{cases}$ ta tìm được I, J .

Nhờ liên kết như vậy việc tính toán tích phân trở nên đơn giản hơn.

IX. MỘT SỐ DẠNG KHÁC

1) Nếu $f(x)$ liên tục và là hàm lẻ trên đoạn $[-a ; a]$ với $a > 0$ thì: $I = \int_{-a}^a f(x)dx = 0$

2) Tích phân hàm số mũ và logarit:

Để tính $\int x^m \cdot f(x)dx$. Với $f(x)$ là hàm mũ hay logarit thì thường sử dụng phương pháp tích phân từng phần.

▪ Một số công thức : a) $\int e^x dx = e^x + C$; b) $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$

_ Khi $f(x) = \log_a x$ thì viết $\log_a x = \frac{\ln x}{\ln a}$

_ Khi $f(x) = x^m \cdot \log_a x$ thì đặt $\begin{cases} u = \log_a x \\ dv = x^m dx \end{cases}$ (tức là đặt sao cho số mũ của x tăng)

3) Dựa vào việc xem xét cận của tích phân và tính chất của hàm số dưới dấu tích phân ta có thể lựa chọn phép đặt ẩn phẩn. Thông thường: $I = \int_a^b x \cdot f(x)dx$ có thể đặt $x = a + b - t$. Ngoài ra :

a) Với $I = \int_{-a}^a f(x)dx$ có thể đặt $x = -t$.

b) Với $I = \int_0^{\pi/2} f(x)dx$ có thể đặt $x = \frac{\pi}{2} - t$.

c) Với $I = \int_0^{\pi} f(x)dx$ có thể đặt $x = \pi - t$.

d) Với $I = \int_0^{2\pi} f(x)dx$ có thể đặt $x = 2\pi - t$.

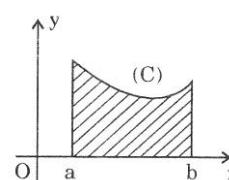
DIỆN TÍCH HÌNH PHẲNG – THỂ TÍCH KHỐI TRÒN XOAY

□ VẤN ĐỀ 1: DIỆN TÍCH HÌNH PHẲNG

I. Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C): $y = f(x)$; trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$

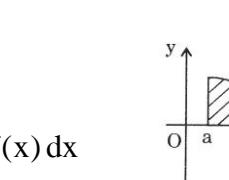
Tính bởi công thức : $S = \int_a^b |f(x)| dx$ ($a \leq b$)

1) Nếu $f(x) \geq 0$ với mọi $x \in [a ; b]$ thì: $S = \int_a^b f(x) dx$

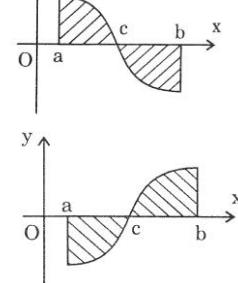


2) Nếu $f(x) \leq 0$ với mọi $x \in [a ; b]$ thì: $S = - \int_a^b f(x) dx$

3) Nếu $\frac{x}{f(x)} \Big|_a^c + \Big|_c^b = 0$ thì: $S = \int_a^c f(x) dx - \int_c^b f(x) dx$



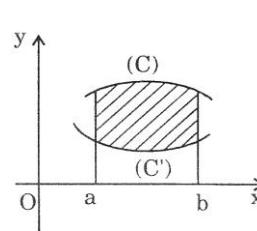
4) Nếu $\frac{x}{f(x)} \Big|_a^c - \Big|_c^b = 0$ thì: $S = - \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$



II. Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị (C) : $y = f(x)$; (C') : $y = g(x)$ và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$

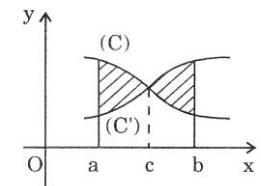
tính bởi công thức: $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$

1) Nếu $f(x) \geq g(x)$ với mọi $x \in [a ; b]$ thì: $S = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx$

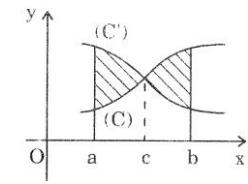


2) Nếu $f(x) \leq g(x)$ với mọi $x \in [a ; b]$ thì: $S = \int_a^b [g(x) - f(x)] dx$

3) Nếu $\begin{array}{c|ccc} x & a & c & b \\ \hline f(x) - g(x) & + & 0 & - \end{array}$ thì: $S = \int_a^c [f(x) - g(x)] dx + \int_c^b [g(x) - f(x)] dx$



4) Nếu $\begin{array}{c|ccc} x & a & c & b \\ \hline f(x) - g(x) & - & 0 & + \end{array}$ thì: $S = \int_a^c [g(x) - f(x)] dx + \int_c^b [f(x) - g(x)] dx$

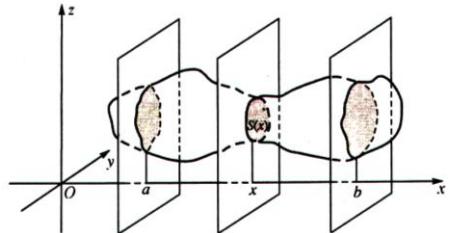


□ VẤN ĐỀ 2 : THỂ TÍCH VẬT THỂ

Cho một vật thể trong không gian tọa độ Oxyz. Gọi B là phần của vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại các điểm a và b. Gọi $S(x)$ là diện tích thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($a \leq x \leq b$). Giả sử $S = S(x)$ là một hàm liên tục.

Người ta chứng minh được rằng thể tích V của B là:

$$V = \int_a^b S(x) dx$$



□ VẤN ĐỀ 3 : THỂ TÍCH KHỐI TRÒN XOAY

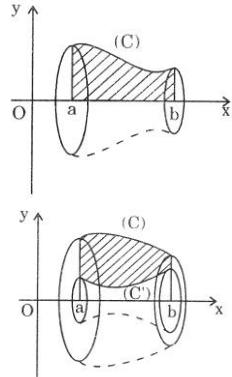
I. Thể tích khối tròn xoay khi quay quanh trục hoành hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) : $y = f(x)$; trục hoành và các đường thẳng $x = a$, $x = b$ (với $a \leq b$) tính bởi công thức:

$$V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$$

II. Thể tích khối tròn xoay khi quay quanh trục hoành hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) : $y = f(x)$; (C') : $y = g(x)$ và các đường thẳng $x = a$, $x = b$ (với $a \leq b$) tính bởi công thức:

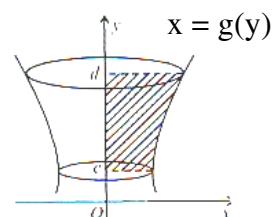
$$V = \pi \int_a^b [f^2(x) - g^2(x)] dx$$

$(f(x) \geq g(x) \geq 0, \forall x \in [a ; b])$



III. Thể tích khối tròn xoay khi quay quanh trục tung hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) : $x = g(y)$ và các đường thẳng $y = c$, $y = d$ (với $c \leq d$) tính bởi công thức:

$$V = \pi \int_c^d g^2(y) dy$$



• **Chú ý khi tính thể tích vật thể tròn xoay :**

Hình phẳng giới hạn bởi 4 đường	Quay quanh trục	Thể tích khối tròn xoay
$y = f(x)$; $y = 0$; $x = a$; $x = b$	Ox	$V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$
$y = f(x)$; $y = g(x)$; $x = a$; $x = b$ (với $f(x) \geq g(x)$)	Ox	$V = \pi \int_a^b [f^2(x) - g^2(x)] dx$
$x = f(y)$; $x = 0$; $y = c$; $y = d$	Oy	$V = \pi \int_c^d f^2(y) dy$

TRẮC NGHIỆM TÍCH PHÂN

▪ DẠNG 1 : LÝ THUYẾT TÍCH PHÂN

Câu 1.2 : Cho $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $[a ; b]$. Phát biểu nào sau đây sai ?

- A. $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$ B. $\int_a^a f(x)dx = 0$ C. $\int_a^b f(x)dx \neq \int_a^b f(t)dt$ D. $\int_a^b f(x)dx = - \int_b^a f(x)dx$

Câu 1.2 : (SGK) Cho hai tích phân $\int_0^{\pi/2} \sin^2 x dx$ và $\int_0^{\pi/2} \cos^2 x dx$, hãy chỉ ra khẳng định đúng:

- A. $\int_0^{\pi/2} \sin^2 x dx > \int_0^{\pi/2} \cos^2 x dx$ B. $\int_0^{\pi/2} \sin^2 x dx < \int_0^{\pi/2} \cos^2 x dx$ C. $\int_0^{\pi/2} \sin^2 x dx = \int_0^{\pi/2} \cos^2 x dx$ D. Không so sánh được

Câu 1.3 : Trong các đẳng thức sau đây, đẳng thức nào là đẳng thức đúng ?

- A. $\int_{-\pi/4}^{\pi/4} \sin x dx = \int_{-1}^1 x dx$ B. $\int_{-\pi/4}^{\pi/4} \sin x dx = \int_{-\pi/4}^{\pi/4} \cos x dx$ C. $\int_{-\pi/4}^{\pi/4} \sin x dx = \int_{-1}^1 x^2 dx$ D. $\int_{-\pi/4}^{\pi/4} \sin x dx = \int_0^1 x^2 dx$

Câu 1.4 : Cho hai hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$, số thực $k \in R$ là các hàm số khả tích trên $[a, b] \subset R$ và $c \in [a, b]$. Khi đó biểu thức nào sau đây là biểu thức sai

- A. $\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$ B. Nếu $f(x) \geq 0, \forall x \in [a, b]$ thì $\int_a^b f(x)dx \geq 0$
 C. $\int_a^b k.f(x)dx = k \int_a^b f(x)dx$ D. $\int_a^b f(x).g(x)dx = \int_a^b f(x)dx \int_a^b g(x)dx$

Câu 1.5 : Cho $u(x)$, $v(x)$ là hai hàm số có đạo hàm liên tục trên $[a ; b]$, ta có:

$$(1) \int_a^b u dv = uv \Big|_a^b - \int_a^b v du \quad (2) \int_a^b u dv = uv \Big|_a^b - \int_a^b v \cdot u' dx$$

- A. (1) đúng và (2) sai B. (1) sai và (2) đúng C. (1) sai và (2) sai D. (1) đúng và (2) đúng

Câu 1.6 : Nếu $f(x)$ là hàm số lẻ liên tục trên đoạn $[-2; 2]$ và $\int_0^2 f(x)dx = 2$ thì $\int_{-2}^0 f(x)dx$ bằng :

- A. 2 B. 0 C. -2 D. 4

Câu 1.7 : Nếu $f(x)$ là hàm số chẵn liên tục và $\int_{-2}^2 f(x)dx = 8$ thì $\int_{-2}^0 f(x)dx$ bằng :

- A. 4 B. -4 C. 16 D. -8

Câu 1.8 : Cho hai hàm số $y = f_1(x)$ và $y = f_2(x)$ liên tục trên đoạn $[a ; b]$. Viết công thức tính diện tích hình phẳng S giới hạn bởi đồ thị hai hàm số đó và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$.

- A. $S = \int_a^b [f_1(x) - f_2(x)]dx$ B. $S = \int_a^b [f_2(x) - f_1(x)]dx$ C. $S = \int_a^b |f_1(x) - f_2(x)|dx$ D. $S = \left| \int_a^b [f_1(x) - f_2(x)]dx \right|$

Câu 1.9 : Chọn phát biểu **Đúng** trong các phát biểu sau :

A. Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi (C): $y = f(x)$, Ox: $y = 0$ và $x = a$, $x = b$ là $S = \int_a^b |f(x)|dx$.

B. Hình phẳng (H) giới hạn bởi (C): $y = f(x)$, Ox: $y = 0$, $x = a$, $x = b$ khi quay (H) quanh trục Ox ta được một

vật thể tròn xoay có thể tích được tính theo công thức $V = \pi \int_a^b f^2(x)dx$.

C. Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi (C₁): $y = f(x)$, (C₂): $y = g(x)$ và $x = a$, $x = b$ được tính bởi công thức

$$S = \int_a^b |f^2(x) - g^2(x)|dx.$$

D. Hình phẳng (H) giới hạn bởi (C_1) : $y = f(x)$, (C_2) : $y = g(x)$, $x = a$, $x = b$ khi quay (H) quanh trục Ox ta được một vật thể tròn xoay có thể tích được tính theo công thức $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$.

Câu 1.10 : Chọn phát biểu **Sai** trong các phát biểu sau :

A. Hình phẳng (H) giới hạn bởi (C): $y = f(x)$, $Ox: y = 0$, $x = a$, $x = b$ khi quay (H) quanh trục Ox ta được một vật thể tròn xoay có thể tích được tính theo công thức $V = \int_a^b f^2(x) dx$.

B. Hình phẳng (H) giới hạn bởi (C_1): $y = f(x)$, (C_2): $y = g(x)$, $x = a$, $x = b$ khi quay (H) quanh trục Ox ta được một vật thể tròn xoay có thể tích được tính theo công thức $S = \int_a^b |f^2(x) - g^2(x)| dx$.

C. Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi (C_1): $y = f(x)$, (C_2): $y = g(x)$ và $x = a$, $x = b$ được tính bởi công thức $S = \int_a^b |f^2(x) - g^2(x)| dx$.

D. Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi (C): $y = f(x)$, $Ox: y = 0$ và $x = a$, $x = b$ là $S = \int_a^b |f(x)| dx$.

Câu 1.11 : Chọn phát biểu **Sai** trong các phát biểu sau :

A. Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi (C_1): $y = f(x)$, (C_2): $y = g(x)$, (C_3): $y = h(x)$ và $x = a$, $x = b$, $x = c$ được tính bởi công thức $S = \int_a^c (f(x) - h(x)) dx + \int_c^b (g(x) - h(x)) dx$.

B. Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi (C_1): $y = f(x)$, (C_2): $y = g(x)$ và $x = a$, $x = b$. Với $x \in [a ; b]$ và $c \in [a ; b]$ thì $S = \int_a^c (f(x) - g(x)) dx + \int_c^b (g(x) - f(x)) dx$.

C. Hình phẳng (H) giới hạn bởi (C_1): $y = f(x)$, (C_2): $y = f(x)$, $\Delta_1: y = f(a)$, $\Delta_2: y = f(b)$, $f^{-1}(y) \geq g^{-1}(y) \geq 0$ khi quay (H) quanh trục Oy ta được một vật thể tròn xoay có thể tích được tính theo công thức $V = \pi \int_a^{f(b)} ([f^{-1}(y)]^2 - [g^{-1}(y)]^2) dy$.

D. Hình phẳng (H) giới hạn bởi (C) : $y = f(x)$, $Oy: x = 0$, $\Delta_1: y = f(a)$, $\Delta_2: y = f(b)$ khi quay (H) quanh trục Oy ta được một vật thể tròn xoay có thể tích được tính theo công thức $V = \pi \int_{f(a)}^{f(b)} [f(y)]^2 dy$.

Câu 1.12 : Chọn phát biểu **Đúng** trong các phát biểu sau :

A. Nếu $f(x) - g(x)$ không đổi dấu trên $[a ; b]$ khi đó ta được đem dấu trị tuyệt đối ra ngoài tích phân : $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx$.

B. Hình phẳng (H) giới hạn bởi (C_1) : $y = f(x)$, (C_2) : $y = g(x)$, $x = a$, $x = b$, $f(x) \geq g(x) \geq 0$ khi quay (H) quanh trục Ox ta được một vật thể tròn xoay có thể tích được tính theo công thức $V = \pi \int_a^b [f(x) - g(x)] dx$.

C. Thể tích của một hình phẳng (H) khi quay (H) quanh trục Ox có thể âm hoặc dương.

D. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $x = f(y)$, $x = g(y)$ và hai đường thẳng $y = a$, $y = b$ là $S = \int_a^b |f^2(y) - g^2(y)| dy$.

Câu 1.13 : (CÂU 22 ĐMH 2017) Viết công thức tính thể tích V của khối tròn xoay được tạo khi quay hình thang cong, giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ ($a < b$), xung quanh trục Ox.

- A. $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$ B. $V = \int_a^b f^2(x) dx$ C. $V = \pi \int_a^b f(x) dx$ D. $V = \int_a^b |f(x)| dx$

Câu 1.14. (CÂU 24 ĐMH 2017) Tính $I = \int_1^2 2x\sqrt{x^2 - 1} dx$ bằng cách đặt $u = x^2 - 1$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $I = 2 \int_0^3 \sqrt{u} du$ B. $I = \int_1^2 \sqrt{u} du$ C. $I = \int_0^3 \sqrt{u} du$ D. $I = \frac{1}{2} \int_1^2 \sqrt{u} du$

Câu 1.15. (CÂU 6 ĐMH 2018) Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a ; b]$. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ ($a < b$). Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành được tính theo công thức

- A. $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$ B. $V = 2\pi \int_a^b f^2(x) dx$ C. $V = \pi^2 \int_a^b f^2(x) dx$ D. $V = \pi^2 \int_a^b f(x) dx$

Câu 1.16. (CÂU 33 ĐMH 2020 – LẦN 2) Xét $\int_0^2 xe^{x^2} dx$, nếu đặt $u = x^2$ thì $\int_0^2 xe^{x^2} dx$ bằng

- A. $2 \int_0^2 e^u du$ B. $2 \int_0^4 e^u du$ C. $\frac{1}{2} \int_0^2 e^u du$ D. $\frac{1}{2} \int_0^4 e^u du$

Câu 1.17. (CÂU 34 ĐMH 2020 – LẦN 2) Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 2x^2$, $y = -1$, $x = 0$ và $x = 1$ được tính bởi công thức nào dưới đây?

- A. $S = \pi \int_0^1 (2x^2 + 1) dx$ B. $S = \int_0^1 (2x^2 - 1) dx$ C. $S = \int_0^1 (2x^2 + 1)^2 dx$ D. $S = \int_0^1 (2x^2 + 1) dx$

ĐÁP ÁN DẠNG 1 TÍCH PHÂN

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Đáp án	C	C	A	D	D	C	A	C	D	C
Câu	11	12	13	14	15	16	17			
Đáp án	C	A	A	C	A	D	D			

DẠNG 2 : TÍNH GIÁ TRỊ ĐƠN GIẢN

Câu 2.1 : Tính $\int_0^1 \frac{x^3 + 9x^2 + 3x - 5}{x+1} dx$.

- A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{28}{3}$ C. $\frac{4}{3}$ D. $-\frac{2}{3}$

Câu 2.2 : Tính $\int_0^2 (11x^2 + 8x) \sqrt[3]{x^2} dx$.

- A. $12\sqrt[3]{4}$ B. $24\sqrt[3]{4}$ C. $18\sqrt[3]{4}$ D. $36\sqrt[3]{4}$

Câu 2.3 : Tính $\int_2^4 \frac{dx}{x^2 + x - 2}$.

- A. $\ln 2$ B. $3\ln 2$ C. $-\ln 2$ D. $-3\ln 2$

Câu 2.4 : Tính $I = \int_0^1 \frac{dx}{x^2 + 4x + 3}$.

A. $I = \ln \frac{3}{2}$

B. $I = \frac{1}{3} \ln \frac{3}{2}$

C. $I = -\frac{1}{2} \ln \frac{3}{2}$

D. $I = \frac{1}{2} \ln \frac{3}{2}$

Câu 2.5 : Tính $\int_0^{\pi/2} \frac{\cos x dx}{2 + \sin x}$.

A. $\ln \frac{3}{2}$

B. $\ln \frac{2}{3}$

C. $\ln 6$

D. $-\ln 3$

Câu 2.6 : Tính $\int_{\pi/6}^{\pi/2} \cos x \sin^5 x dx$.

A. $\frac{63}{64}$

B. $\frac{21}{128}$

C. $\frac{65}{64}$

D. $\frac{63}{128}$

Câu 2.7 : Tính $\int_{\pi/12}^{\pi/4} \frac{dx}{\sin 2x \tan 2x}$.

A. $\frac{1}{4}$

B. $-\frac{1}{2}$

C. $\frac{1}{2}$

D. $\frac{1}{8}$

Câu 2.8 : Tính $\int_0^{\pi/2} \sin^2 x dx$.

A. $\frac{\pi}{8}$

B. $\frac{\pi}{6}$

C. $\frac{\pi}{4}$

D. $\frac{\pi}{3}$

Câu 2.9 : Tính $I = \int_0^{\pi/4} \frac{\sin x \cdot \cos x}{\sin 2x + \cos 2x} dx$.

A. $\frac{\pi}{16}$

B. $\frac{\pi}{2}$

C. $\frac{\pi}{4}$

D. $\frac{\pi}{8}$

Câu 2.10 : Tính $I = \int_1^2 x^2 \ln x dx$.

A. $24 \ln 2 - 7$

B. $8 \ln 2 - \frac{7}{3}$

C. $\frac{8}{3} \ln 2 - \frac{7}{3}$

D. $\frac{8}{3} \ln 2 - \frac{7}{9}$

Câu 2.11 : Tính $I = \int_0^{\pi/2} e^x \cdot \cos x dx$.

A. $e^{\frac{\pi}{2}} - 1$

B. $\frac{1}{2} \left(e^{\frac{\pi}{2}} - 1 \right)$

C. $\frac{1}{2} \left(e^{\frac{\pi}{2}} + 1 \right)$

D. $e^{\frac{\pi}{2}}$

Câu 2.12 : Tính $\int_1^4 \frac{2x^2 + 3x - 4}{2x^2} dx$.

A. $\frac{1}{2} + 3 \ln 2$

B. $\frac{3}{2} + 3 \ln 2$

C. $\frac{3}{2} - 3 \ln 2$

D. $\frac{1}{2} - 3 \ln 2$

Câu 2.13 : Tính $\int_0^1 \frac{2x dx}{x + \sqrt{x^2 + 1}}$.

A. $\frac{2}{3} (2\sqrt{2} - 1)$

B. $\frac{2}{3} (2\sqrt{2} + 1)$

C. $\frac{4}{3} (\sqrt{2} + 1)$

D. $\frac{4}{3} (\sqrt{2} - 1)$

Câu 2.14 : Tính $\int_{1/2}^1 \frac{1}{x^3} \sqrt{1 + \frac{1}{x^2}} dx$.

A. $\frac{1}{3} (2\sqrt{2} - 5\sqrt{5})$

B. $\frac{1}{3} (5\sqrt{5} - 2\sqrt{2})$

C. $\frac{1}{3} (2\sqrt{2} + 5\sqrt{5})$

D. $-\frac{1}{3} (5\sqrt{5} + 2\sqrt{2})$

Câu 2.15 : Tính $\int_1^2 xe^{2x^2} dx$.

- A. $\frac{e^2}{4}(e^6 - 1)$ B. $\frac{e^2}{2}(e^4 - 1)$ C. $\frac{e^2}{4}(e^4 - 1)$ D. $\frac{e^2}{2}(e^6 + 1)$

Câu 2.16 : Tính $I = \int_{\pi/2}^{\pi} \sin^2 x (2 - \sqrt{1 + \cos 2x}) dx$.

- A. $\pi - \frac{1}{3}$ B. $\pi + \frac{1}{2}$ C. $\frac{\pi}{2} - \frac{1}{3}$ D. $\frac{\pi}{2} - \frac{\sqrt{2}}{3}$

Câu 2.17 : Tính $I = \int_0^2 \frac{5x+7}{x^2+3x+2} dx$.

- A. $I = 2\ln 2 + \ln 3$ B. $I = 2\ln 3 + \ln 4$ C. $I = 2\ln 2 + 3\ln 3$ D. $I = 2\ln 3 + 3\ln 2$

Câu 2.18 : Tính $\int_1^4 \left(3\sqrt{x} + \frac{2}{x}\right) dx$

- A. $2(7 - 2\ln 2)$ B. $2(7 + 2\ln 2)$ C. $2(7 + 4\ln 2)$ D. $2(7 - 4\ln 2)$

Câu 2.19 : (CÂU 25 ĐMH 2017) Tính tích phân $I = \int_0^{\pi} \cos^3 x \cdot \sin x dx$.

- A. $I = -\frac{1}{4}\pi^4$ B. $I = -\pi^4$ C. $I = 0$ D. $I = -\frac{1}{4}$

Câu 2.20 : (CÂU 26 ĐMH 2017) Tính tích phân $I = \int_1^e x \ln x dx$.

- A. $I = \frac{1}{2}$ B. $I = \frac{e^2 - 2}{2}$ C. $I = \frac{e^2 + 1}{4}$ D. $I = \frac{e^2 - 1}{4}$

Câu 2.21 : (CÂU 19 ĐMH 2018) Tích phân $\int_0^2 \frac{dx}{x+3}$ bằng

- A. $\frac{16}{225}$ B. $\log \frac{5}{3}$ C. $\ln \frac{5}{3}$ D. $\frac{2}{15}$

Câu 2.22 : (CÂU 22 THPT QG 2018) $\int_1^2 e^{3x-1} dx$ bằng

- A. $\frac{1}{3}(e^5 - e^2)$ B. $\frac{1}{3}e^5 - e^2$ C. $e^5 - e^2$ D. $\frac{1}{3}(e^5 + e^2)$

Câu 2.23 : (CÂU 20 THPT QG 2018) $\int_0^1 e^{3x+1} dx$ bằng

- A. $\frac{1}{3}(e^4 - e)$ B. $e^4 - e$ C. $\frac{1}{3}(e^4 + e)$ D. $e^3 - e$

Câu 2.24 : (CÂU 19 THPT QG 2018) $\int_1^2 \frac{dx}{3x-2}$ bằng

- A. $2\ln 2$ B. $\frac{1}{3}\ln 2$ C. $\frac{2}{3}\ln 2$ D. $\ln 2$

Câu 2.25 : (CÂU 20 THPT QG 2018) $\int_1^2 \frac{dx}{2x+3}$ bằng

- A. $2\ln \frac{7}{5}$ B. $\frac{1}{2}\ln 35$ C. $\ln \frac{7}{5}$ D. $\frac{1}{2}\ln \frac{7}{5}$

Câu 2.26: (CÂU 17 ĐMH 2021) Tích phân $\int_1^2 x^3 dx$ bằng

- A. $\frac{15}{3}$ B. $\frac{17}{4}$ C. $\frac{7}{4}$ D. $\frac{15}{4}$

Câu 2.27: (CÂU 41 ĐMH 2021) Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & \text{khi } x \geq 2 \\ x^2 - 2x + 3 & \text{khi } x < 2 \end{cases}$.

$$\text{Tích phân } \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(2\sin x + 1) \cos x dx \text{ bằng}$$

- A. $\frac{23}{3}$ B. $\frac{23}{6}$ C. $\frac{17}{6}$ D. $\frac{17}{3}$

ĐÁP ÁN DÀNG 2 TÍCH PHÂN

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Đáp án	D	D	A	D	A	B	C	C	A	D
Câu	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Đáp án	B	B	D	B	A	D	D	B	C	C
Câu	21	22	23	24	25	26	27			
Đáp án	C	A	A	C	D	D	B			

DẠNG 3 : ỨNG DỤNG LÝ THUYẾT ĐỂ TÍNH GIÁ TBI

Câu 3.1 : (CÂU 23 ĐMH 2017) Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[1 ; 2]$, $f(1) = 1$ và $f(2) = 2$. Tính $I = \int_1^2 f'(x)dx$

Câu 3.2 : (CÂU 25 ĐMH 2017) Cho $\int_0^4 f(x)dx = 16$. Tính $I = \int_0^2 f(2x)dx$.

- A. $L = 32$ B. $L = 8$ C. $L = 16$ D. $L = 4$

Câu 3.3 : (CÂU 38 ĐMH 2017) Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\int_0^1 (x+1)f'(x)dx = 10$ và $2f(1) - f(0) = 2$. Tính

$$I = \int_0^1 f(x) dx$$

- A: $I = -12$ B: $I = 8$ C: $I = 12$ D: $I = -8$

Câu 3.4: (CÂU 44 ĐMH 2017) Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và thoả $f(x) + f(-x) = \sqrt{2 + 2 \cos 2x}$, $\forall x \in \mathbb{R}$.

$$\text{Tính } I = \int_{-\frac{3\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} f(x)dx.$$

- A. $I = -6$ B. $I = 0$ C. $I = -2$ D. $I = 6$

Câu 3.5: (CÂU 25 THPT QG 2017) Cho $\int_0^6 f(x)dx = 12$. Tính $I = \int_0^2 f(3x)dx$.

- A. I = 6 B. I = 36 C. I = 2 D. I = 4

Câu 3.6 : (CÂU 21 THPT QG 2017) Cho $\int_{-1}^2 f(x)dx = 2$ và $\int_{-1}^2 g(x)dx = -1$. Tính $I = \int_{-1}^2 [x + 2f(x) - 3g(x)]dx$.

- A. $I = \frac{5}{2}$ B. $I = \frac{7}{2}$ C. $I = \frac{17}{2}$ D. $I = \frac{11}{2}$

Câu 3.7 : (CÂU 25 THPT QG 2017) Cho $\int_0^{\pi/2} f(x)dx = 5$. Tính $I = \int_0^{\pi/2} [f(x) + 2 \sin x]dx$.

- A. $I = 7$ B. $I = 5 + \frac{\pi}{2}$ C. $I = 3$ D. $I = 5 + \pi$

Câu 3.8 : (CÂU 50 ĐMH 2018) Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;1]$ thỏa mãn $f(1) = 0$, $\int_0^1 [f'(x)]^2 dx = 7$ và $\int_0^1 x^2 f(x)dx = \frac{1}{3}$. Tích phân $\int_0^1 f(x)dx$ bằng

- A. $\frac{7}{5}$ B. 1 C. $\frac{7}{4}$ D. 4

Câu 3.9 : (CÂU 6 ĐMH 2019) Cho $\int_0^1 f(x)dx = 2$ và $\int_0^1 g(x)dx = 5$, khi đó $\int_0^1 [f(x) - 2g(x)]dx$ bằng

- A. -3 B. 12 C. -8 D. 1

Câu 3.10 : (CÂU 7 ĐMH 2020 – LẦN 1) Nếu $\int_1^2 f(x)dx = -2$ và $\int_2^3 f(x)dx = 1$ thì $\int_1^3 f(x)dx$ bằng

- A. -3 B. -1 C. 1 D. 3

Câu 3.11 : (CÂU 18 ĐMH 2020 – LẦN 2) Nếu $\int_0^1 f(x)dx = 4$ thì $\int_0^1 2f(x)dx$ bằng

- A. 16 B. 4 C. 2 D. 8

Câu 3.12 : (CÂU 23 THPT QG 2020 – LẦN 1) Biết $\int_1^3 f(x)dx = 3$. Giá trị của $\int_1^3 2f(x)dx$ bằng

- A. 5 B. 9 C. 6 D. $\frac{3}{2}$

Câu 3.13 : (CÂU 28 THPT QG 2020 – LẦN 1) Biết $F(x) = x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên \mathbb{R} . Giá trị của $\int_1^2 (2 + f(x))dx$ bằng

- A. 5 B. 3 C. $\frac{13}{3}$ D. $\frac{7}{3}$

Câu 3.14 : (CÂU 21 THPT QG 2020 – LẦN 2) Biết $\int_2^3 f(x)dx = 3$ và $\int_2^3 g(x)dx = 1$. Khi đó $\int_2^3 [f(x) + g(x)]dx$ bằng

- A. 4 B. 2 C. -2 D. 3

Câu 3.15 : (CÂU 37 THPT QG 2020 – LẦN 2) Biết $\int_0^1 [f(x) + 2x]dx = 3$. Khi đó $\int_0^1 f(x)dx$ bằng

- A. 1 B. 5 C. 3 D. 2

Câu 3.16 : (CÂU 16 ĐMH 2021) Nếu $\int_1^2 f(x)dx = 5$ và $\int_2^3 f(x)dx = -2$ thì $\int_1^3 f(x)dx$ bằng

- A. 3 B. 7 C. -10 D. -7

Câu 3.17 : (CÂU 2 THPT QG 2021 – ĐỢT 1) Nếu $\int_1^4 f(x)dx = 3$ và $\int_1^4 g(x)dx = -2$ thì $\int_1^4 (f(x) - g(x))dx = 3$ bằng

A. -1

B. -5

C. 5

D. 1

Câu 3.18 : (CÂU 16 THPT QG 2021 – ĐQΤ 1) Nếu $\int_0^3 f(x)dx = 4$ thì $\int_0^3 3f(x)dx$ bằng

A. 36

B. 12

C. 3

D. 4

Câu 3.19 : (CÂU 38 THPT QG 2021 – ĐQΤ 1) Nếu $\int_0^2 f(x)dx = 5$ thì $\int_0^2 [2f(x)-1]dx$ bằng

A. 8

B. 9

C. 10

D. 12

Câu 3.20 : (CÂU 46 THPT QG 2021 – ĐQΤ 2) Nếu $\int_0^1 f(x)dx = 2$ và $\int_1^3 f(x)dx = 5$ thì $\int_0^3 f(x)dx$ bằng

A. 10

B. 3

C. 7

D. -3

Câu 3.21 : (CÂU 23 THPT QG 2021 – ĐQΤ 2) Cho f là hàm số liên tục trên $[1; 2]$. Biết F là nguyên hàm của f trên $[1; 2]$ thỏa $F(1) = -2$ và $F(2) = 4$. Khi đó $\int_1^2 f(x)dx$ bằng

A. 6

B. 2

C. -6

D. -2

Câu 3.22 : (CÂU 33 THPT QG 2021 – ĐQΤ 2) Nếu $\int_0^2 f(x)dx = 2$ thì $\int_0^2 [4x - f(x)]dx$ bằng

A. 12

B. 10

C. 4

D. 6

ĐÁP ÁN DẠNG 3 TÍCH PHÂN

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Đáp án	A	B	D	D	D	C	A	A	C	B
Câu	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Đáp án	D	C	A	A	D	A	C	B	A	C
Câu	21	22								
Đáp án	A	D								

▪ DẠNG 4 : ỨNG DỤNG TÍCH PHÂN ĐỂ TÍNH DIỆN TÍCH, THỂ TÍCH

Câu 4.1 : Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x-2}$ và các trục tọa độ. Chọn kết quả đúng :

- A. $2 \ln \frac{3}{2} - 1$ B. $5 \ln \frac{3}{2} - 1$ C. $3 \ln \frac{3}{2} - 1$ D. $3 \ln \frac{5}{2} - 1$

Câu 4.2 : Tính diện tích hình phẳng được giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = -x^2 + 2x + 1$; $y = 2x^2 - 4x + 1$.

- A. 5 B. 4 C. 8 D. 10

Câu 4.3 : Tính diện tích S của hình phẳng (H) được giới hạn bởi các đường $y = x^2 - 2x + 2$ (P) và các tiếp tuyến của (P) đi qua điểm $A(2; -2)$.

- A. $S = 4$ B. $S = 6$ C. $S = 8$ D. $S = 9$

Câu 4.4 : Tính diện tích hình phẳng được giới hạn bởi các đường $x = 0$, $y = e^x$, $x = 1$.

- A. $e - 1$ B. $\frac{1}{2}e + \frac{1}{2}$ C. $\frac{3}{2}e - \frac{1}{2}$ D. $2e - 3$

Câu 4.5 : Tính diện tích S của hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y = |x^2 - 4|$, $y = \frac{x^2}{2} + 4$.

- A. $S = \frac{64}{3}$ B. $S = \frac{32}{3}$ C. $S = 8$ D. $S = 16$

Câu 4.6 : Kí hiệu (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sin x + \cos x$, trục tung và đường thẳng $x = \frac{\pi}{2}$. Tính thể tích V của khối tròn xoay thu được khi quay hình (H) xung quanh trục hoành.

- A. $V = \frac{\pi(\pi+2)}{2}$ B. $V = \frac{\pi+2}{2}$ C. $V = \frac{\pi^2+2}{2}$ D. $V = \pi^2 + 2$

Câu 4.7 : Cho tam giác đều ABC có diện tích bằng $\sqrt{3}$ quay xung quanh cạnh AC của nó. Tính thể tích V của khối tròn xoay được tạo thành.

- A. $V = 2\pi$ B. $V = \pi$ C. $V = \frac{7}{4}\pi$ D. $V = \frac{7}{8}\pi$

Câu 4.8 : Kí hiệu (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 3\sqrt{x} - x$ và đường thẳng $y = \frac{1}{2}x$. Tính thể tích V của khối tròn xoay thu được khi quay hình (H) xung quanh trục Ox.

- A. $\frac{57}{5}$ B. $\frac{13}{2}$ C. $\frac{25}{4}$ D. $\frac{56}{5}$

Câu 4.9 : Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \frac{1}{1+\sqrt{4-3x}}$, $y=0$, $x=0$, $x=1$ quay xung quanh trục Ox. Thể tích khối tròn xoay tạo thành bằng :

- A. $\frac{\pi}{6}\left(4\ln\frac{3}{2}-1\right)$ B. $\frac{\pi}{4}\left(6\ln\frac{3}{2}-1\right)$ C. $\frac{\pi}{6}\left(9\ln\frac{3}{2}-1\right)$ D. $\frac{\pi}{9}\left(6\ln\frac{3}{2}-1\right)$

Câu 4.10 : (CÂU 27 ĐMH 2017) Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị 2 hàm số $y = x^3 - x$ và $y = x - x^2$.

- A. $\frac{37}{12}$ B. $\frac{9}{4}$ C. $\frac{81}{12}$ D. 13

Câu 4.11 : (CÂU 28 ĐMH 2017) Kí hiệu (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 2(x-1)e^x$, trục tung và trục hoành. Tính thể tích V của khối tròn xoay thu được khi quay hình (H) xung quanh trục Ox.

- A. $V = 4 - 2e$ B. $V = (4 - 2e)\pi$ C. $V = e^2 - 5$ D. $V = (e^2 - 5)\pi$

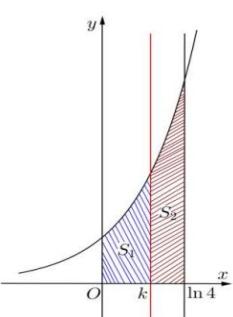
Câu 4.12 : (CÂU 27 ĐMH 2017) Cho hình thang cong (H) giới hạn bởi các đường $y = e^x$, $y = 0$, $x = 0$ và $x = \ln 4$. Đường thẳng $x = k$ ($0 < k < \ln 4$) chia (H) thành hai phần có diện tích là S_1 và S_2 như hình vẽ bên. Tìm k để $S_1 = 2S_2$.

A. $k = \frac{2}{3}\ln 4$

B. $k = \ln 2$

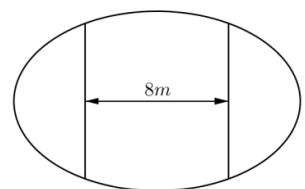
C. $k = \ln \frac{8}{3}$

D. $k = \ln 3$



Câu 4.13 : (CÂU 28 ĐMH 2017) Ông An có một mảnh vườn hình elip có độ dài trục lớn bằng 16 m và độ dài trục bé bằng 10 m. Ông muốn trồng hoa trên một dải đất rộng 8 m và nhặt trục bé của elip làm trục đối xứng (như hình vẽ). Biết kinh phí để trồng hoa là 100.000 đồng/m². Hỏi ông An cần bao nhiêu tiền để trồng hoa trên dải đất đó? (Số tiền được làm tròn đến hàng nghìn).

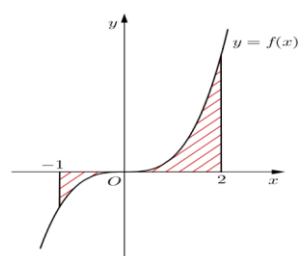
- A. 7.862.000 đồng B. 7.653.000 đồng
C. 7.128.000 đồng D. 7.826.000 đồng



Câu 4.14 : (CÂU 21 ĐMH 2017) Gọi S là diện tích hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = -1$, $x = 2$ (như hình vẽ bên).

Đặt $a = \int_{-1}^0 f(x)dx$, $b = \int_0^2 f(x)dx$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $S = b - a$ B. $S = b + a$



C. $S = -b + a$

D. $S = -b - a$

Câu 4.15 : (CÂU 34 ĐMH 2017) Tính thể tích V của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x = 1$ và $x = 3$, biết rằng khi cắt vật thể bởi mặt phẳng tùy ý vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($1 \leq x \leq 3$) thì được thiết diện là một hình chữ nhật có độ dài hai cạnh là $3x$ và $\sqrt{3x^2 - 2}$.

A. $V = 32 + 2\sqrt{15}$

B. $V = \frac{124\pi}{3}$

C. $V = \frac{124}{3}$

D. $V = (32 + 2\sqrt{15})\pi$

Câu 4.16 : (CÂU 14 THPT QG 2017) Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y = \sqrt{2 + \cos x}$, trục hoành và các đường thẳng $x = 0$, $x = \frac{\pi}{2}$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

A. $V = \pi - 1$

B. $V = (\pi - 1)\pi$

C. $V = (\pi + 1)\pi$

D. $V = \pi + 1$

Câu 4.17 : (CÂU 20 THPT QG 2017) Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y = \sqrt{2 + \sin x}$, trục hoành và các đường thẳng $x = 0$, $x = \pi$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

A. $V = 2(\pi + 1)$

B. $V = 2\pi(\pi + 1)$

C. $V = 2\pi^2$

D. $V = 2\pi$

Câu 4.18 : (CÂU 21 THPT QG 2017) Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y = e^x$, trục hoành và các đường thẳng $x = 0$, $x = 1$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

A. $V = \frac{\pi e^2}{2}$

B. $V = \frac{\pi(e^2 + 1)}{2}$

C. $V = \frac{e^2 - 1}{2}$

D. $V = \frac{\pi(e^2 - 1)}{2}$

Câu 4.19 : (CÂU 14 THPT QG 2017) Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y = \sqrt{x^2 + 1}$, trục hoành và các đường thẳng $x = 0$, $x = 1$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

A. $V = \frac{4\pi}{3}$

B. $V = 2\pi$

C. $V = \frac{4}{3}$

D. $V = 2$

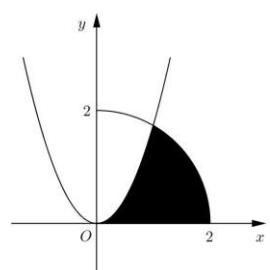
Câu 4.20 : (CÂU 31 ĐMH 2018) Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi parabol $y = \sqrt{3x^2}$, cung tròn có phương trình $y = \sqrt{4 - x^2}$ (với $0 \leq x \leq 2$) và trục hoành (phần tô đậm trong hình vẽ). Diện tích của (H) bằng

A. $\frac{4\pi + \sqrt{3}}{12}$

B. $\frac{4\pi - \sqrt{3}}{6}$

C. $\frac{4\pi + 2\sqrt{3} - 3}{6}$

D. $\frac{5\sqrt{3} - 2\pi}{3}$



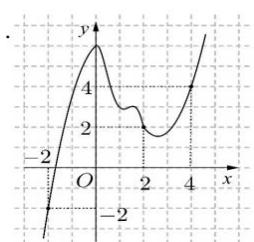
Câu 4.21 : (CÂU 49 THPT QG 2017) Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình bên. Đặt $h(x) = 2f(x) - x^2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $h(4) = h(-2) > h(2)$

B. $h(4) = h(-2) < h(2)$

C. $h(2) > h(4) > h(-2)$

D. $h(2) > h(-2) > h(4)$



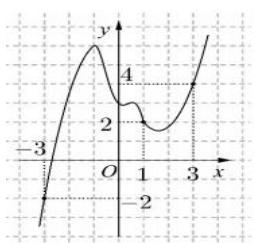
Câu 4.22 : (CÂU 48 THPT QG 2017) Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình bên. Đặt $g(x) = 2f(x) - (x + 1)^2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $g(-3) > g(3) > g(1)$

B. $g(1) > g(-3) > g(3)$

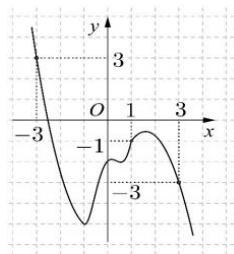
C. $g(3) > g(-3) > g(1)$

D. $g(1) > g(3) > g(-3)$



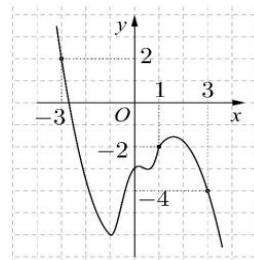
Câu 4.23 : (CÂU 46 THPT QG 2017) Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình bên. Đặt $g(x) = 2f(x) + x^2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $g(3) < g(-3) < g(1)$
- B. $g(1) < g(3) < g(-3)$
- C. $g(1) < g(-3) < g(3)$
- D. $g(-3) < g(3) < g(1)$



Câu 4.24 : (CÂU 48 THPT QG 2017) Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình bên. Đặt $g(x) = 2f(x) + (x + 1)^2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $g(1) < g(3) < g(-3)$
- B. $g(1) < g(-3) < g(3)$
- C. $g(3) = g(-3) < g(1)$
- D. $g(3) = g(-3) > g(1)$



Câu 4.25 : (CÂU 5 THPT QG 2018) Gọi S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $S = \pi \int_0^2 e^{2x} dx$
- B. $S = \int_0^2 e^x dx$
- C. $S = \pi \int_0^2 e^x dx$
- D. $S = \int_0^2 e^{2x} dx$

Câu 4.26 : (THPT QG 2018) Gọi S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 2^x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $S = \int_0^2 2^x dx$
- B. $S = \pi \int_0^2 2^{2x} dx$
- C. $S = \int_0^2 2^{2x} dx$
- D. $S = \pi \int_0^2 2^x dx$

Câu 4.27 : (THPT QG 2018) Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = x^2 + 3$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$. Gọi V là thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay (H) xung quanh trục Ox. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

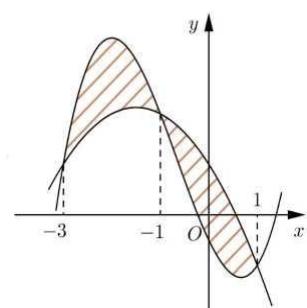
- A. $V = \pi \int_0^2 (x^2 + 3)^2 dx$
- B. $V = \pi \int_0^2 (x^2 + 3) dx$
- C. $V = \int_0^2 (x^2 + 3)^2 dx$
- D. $V = \int_0^2 (x^2 + 3) dx$

Câu 4.28 : (THPT QG 2018) Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = x^2 + 2$, $y = 0$, $x = 1$, $x = 2$. Gọi V là thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi quay (H) xung quanh trục Ox. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $V = \pi \int_1^2 (x^2 + 2)^2 dx$
- B. $V = \int_1^2 (x^2 + 2)^2 dx$
- C. $V = \pi \int_1^2 (x^2 + 2) dx$
- D. $V = \int_1^2 (x^2 + 2) dx$

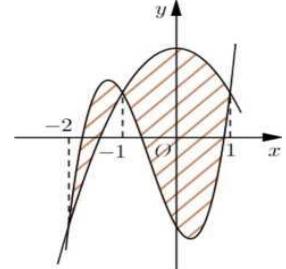
Câu 4.29 : (CÂU 41 THPT QG 2018) Cho hai hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx - \frac{1}{2}$ và $g(x) = dx^2 + ex + 1$ ($a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$). Biết rằng đồ thị của hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ cắt nhau tại ba điểm có hoành độ lần lượt là $-3, -1, 1$ (tham khảo hình vẽ). Hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị đã cho có diện tích bằng

- A. $\frac{9}{2}$
- B. 8
- C. 4
- D. 5



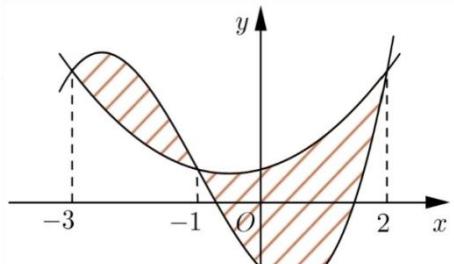
Câu 4.30 : (THPT QG 2018) Cho hai hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx - 2$ và $g(x) = dx^2 + ex + 2$ ($a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$). Biết rằng đồ thị của hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ cắt nhau tại ba điểm có hoành độ lần lượt là $-2, -1, 1$ (tham khảo hình vẽ). Hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị đã cho có diện tích bằng

- A. $\frac{37}{6}$
- B. $\frac{13}{2}$
- C. $\frac{9}{2}$
- D. $\frac{37}{12}$



Câu 4.31 : (THPT QG 2018) Cho hai hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx - 1$ và $g(x) = dx^2 + ex + \frac{1}{2}$ ($a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$). Biết rằng đồ thị của hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ cắt nhau tại ba điểm có hoành độ lần lượt là $-3; -1; 2$ (tham khảo hình vẽ). Hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị đã cho có diện tích bằng

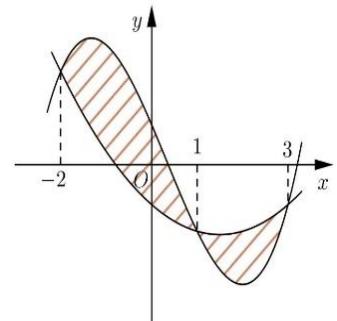
- A. $\frac{253}{12}$ B. $\frac{125}{12}$
 C. $\frac{253}{48}$ D. $\frac{125}{48}$



Câu 4.32 : (THPT QG 2018) Cho hai hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + \frac{3}{4}$ và

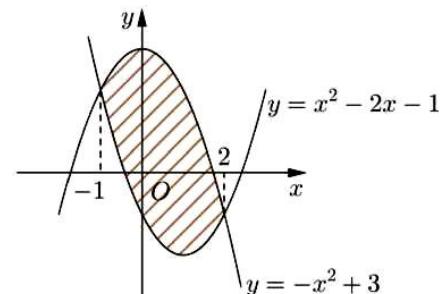
$g(x) = dx^2 + ex - \frac{3}{4}$ ($a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$). Biết rằng đồ thị của hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ cắt nhau tại ba điểm có hoành độ lần lượt là $-2; 1; 3$ (tham khảo hình vẽ). Hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị đã cho có diện tích bằng

- A. $\frac{253}{48}$ B. $\frac{125}{24}$
 C. $\frac{125}{48}$ D. $\frac{253}{24}$



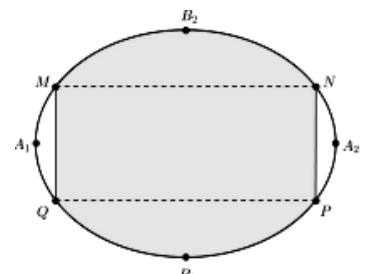
Câu 4.33 : (CÂU 24 ĐMH 2019) Diện tích phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ bên được tính theo công thức nào dưới đây?

- A. $\int_{-1}^2 (2x^2 - 2x - 4)dx$ B. $\int_{-1}^2 (-2x + 2)dx$
 C. $\int_{-1}^2 (2x - 2)dx$ D. $\int_{-1}^2 (-2x^2 + 2x + 4)dx$



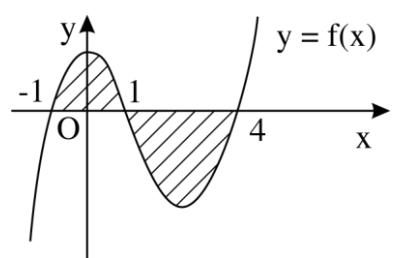
Câu 4.34 : (CÂU 46 ĐMH 2019) Một biển quảng cáo có dạng hình elip với bốn đỉnh A_1, A_2, B_1, B_2 như hình vẽ bên. Biết chi phí để sơn phần tô đậm là 200.000 đồng/m² và phần còn lại là 100.000 đồng/m². Hỏi số tiền để sơn theo cách trên gần nhất với số tiền nào dưới đây, biết $A_1A_2 = 8\text{m}$, $B_1B_2 = 6\text{m}$ và tứ giác $MNPQ$ là hình chữ nhật có $MQ = 3\text{m}$?

- A. 7.322.000 đồng B. 7.213.000 đồng
 C. 5.526.000 đồng D. 5.782.000 đồng



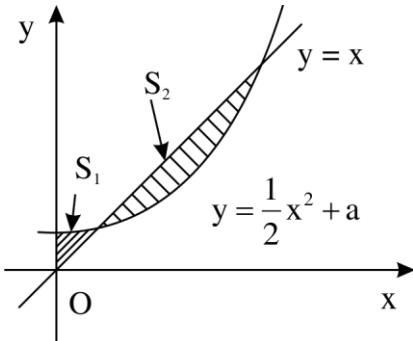
Câu 4.35 : (CÂU 29 THPT QG 2019) Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} . Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $y = 0$, $x = -1$ và $x = 4$ (như hình vẽ bên). Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $S = -\int_{-1}^1 f(x)dx + \int_1^4 f(x)dx$
 B. $S = \int_{-1}^1 f(x)dx - \int_1^4 f(x)dx$
 C. $S = \int_{-1}^1 f(x)dx + \int_1^4 f(x)dx$
 D. $S = -\int_{-1}^1 f(x)dx - \int_1^4 f(x)dx$



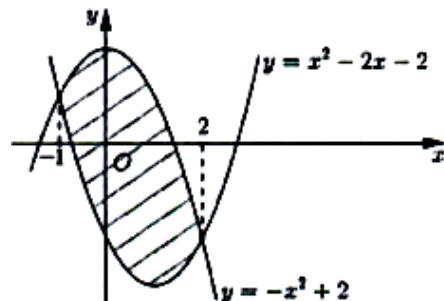
Câu 4.36 : (CÂU 45 THPT QG 2019) Cho đường thẳng $y = x$ và parabol $y = \frac{1}{2}x^2 + a$ (a là tham số thực dương). Gọi S_1 và S_2 lần lượt là diện tích của hai hình phẳng được gạch chéo trong hình vẽ bên. Khi $S_1 = S_2$ thì a thuộc khoảng nào dưới đây?

- A. $\left(\frac{3}{7}; \frac{1}{2}\right)$ B. $\left(0; \frac{1}{3}\right)$
 C. $\left(\frac{1}{3}; \frac{2}{5}\right)$ D. $\left(\frac{2}{5}; \frac{3}{7}\right)$



Câu 4.37 : (CÂU 29 ĐMH 2020 – LẦN 1) Diện tích hình phẳng được gạch chéo trong hình bên bằng

- A. $\int_{-1}^2 (-2x^2 + 2x + 4)dx$
 B. $\int_{-1}^2 (2x^2 - 2x - 4)dx$
 C. $\int_{-1}^2 (-2x^2 - 2x + 4)dx$
 D. $\int_{-1}^2 (2x^2 + 2x - 4)dx$



Câu 4.38 : (CÂU 29 THPT QG 2020 – LẦN 1) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = x^2 - 4$ và $y = 2x - 4$ bằng

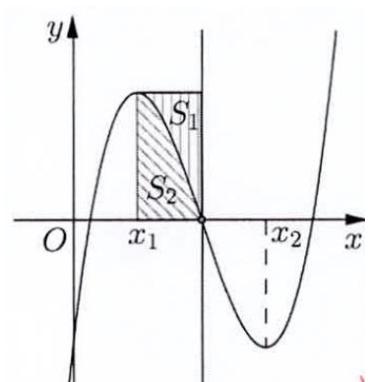
- A. 36 B. $\frac{4}{3}$ C. $\frac{4\pi}{3}$ D. 36π

Câu 4.39 : (CÂU 34 THPT QG 2020 – LẦN 2) Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^{4x}$, $y = 0$, $x = 0$ và $x = 1$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục Ox bằng

- A. $\int_0^1 e^{4x}dx$ B. $\pi \int_0^1 e^{8x}dx$ C. $\pi \int_0^1 e^{4x}dx$ D. $\int_0^1 e^{8x}dx$

Câu 4.40 : (CÂU 48 ĐMH 2021) Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Biết hàm số $f(x)$ đặt cực trị tại hai điểm x_1, x_2 thỏa mãn $x_2 = x_1 + 2$ và $f(x_1) + f(x_2) = 0$. Gọi S_1 và S_2 là diện tích của hai hình phẳng được gạch trong hình bên. Tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$ bằng

- A. $\frac{3}{4}$ B. $\frac{5}{8}$
 C. $\frac{3}{8}$ D. $\frac{3}{5}$



ĐÁP ÁN DẠNG 4 TÍCH PHÂN

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Đáp án	C	B	C	A	A	A	A	D	D	A
Câu	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Đáp án	D	D	B	A	C	C	B	D	A	B
Câu	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Đáp án	C	D	B	A	B	A	A	A	C	A

Câu	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
Đáp án	C	A	D	A	B	C	A	B	B	D

▪ DẠNG 5 : ỨNG DỤNG VẬT LÝ CỦA TÍCH PHÂN

Câu 5.1 : Một vật chuyển động với vận tốc $v(t) = 1,2 + \frac{t^2 + 4}{t + 3}$ (m/s). Tìm quãng đường S vật đó đi được trong 20 giây (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

- A. 190(m) B. 191(m) C. 190,5(m) D. 190,4(m)

Câu 5.2 : Một vật chuyển động chậm dần với vận tốc $v(t) = 160 - 10t$ (m/s). Tính quãng đường mà vật di chuyển từ thời điểm $t = 0$ (s) đến thời điểm vật dừng lại.

- A. 1280 m B. 128 m C. 12,8 m D. 1,28 m

Câu 5.3 : Một vật chuyển động với phương trình vận tốc là : $v(t) = \frac{1}{2\pi} + \frac{\sin(\pi t)}{\pi}$ (m/s). Tính quãng đường vật đó di chuyển được trong khoảng thời gian 5 giây (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

- A. $S \approx 0.9$ m B. $S \approx 0,998$ m C. $S \approx 0,99$ m D. $S \approx 1$ m

Câu 5.4 : Một vật chuyển động với vận tốc là $v(t) = \frac{1}{2\pi} + \frac{\sin(\pi t)}{\pi}$ (m/s). Gọi S_1 là quãng đường vật đó đi trong 2 giây đầu và S_2 là quãng đường đi từ giây thứ 3 đến giây thứ 5. Kết luận nào sau đây là đúng?

- A. $S_1 < S_2$ B. $S_1 > S_2$ C. $S_1 = S_2$ D. $S_2 = 2S_1$

Câu 5.5 : Một vật chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = 90 - 5t$ (m/s). Hỏi rằng trong 6s trước khi dừng hẳn vật di chuyển được bao nhiêu mét ?

- A. 810m B. 180m C. 90m D. 45m

Câu 5.6 : Một ô tô đang chạy với vận tốc 10m/s thì người lái đạp thắng, từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -5t + 10$ (m/s), trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp thắng. Hỏi từ lúc đạp thắng đến khi dừng hẳn ô tô còn di chuyển bao nhiêu mét?

- A. 0,2m B. 2m C. 10m D. 20m

Câu 5.7 : Một ô tô chạy với vận tốc 10m/s thì người lái đạp thắng, từ thời điểm đó ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -2t + 10$ (m/s), trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp thắng. Hỏi từ lúc đạp thắng đến khi dừng hẳn ô tô còn di chuyển bao nhiêu mét?

- A. 25m B. 30m C. 125/3m D. 45m

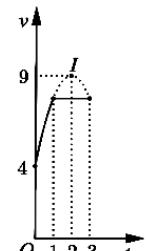
Câu 5.8 : (CÂU 24 ĐMH 2017) Một ô-tô đang chạy với vận tốc 10m/s thì người lái đạp phanh; từ thời điểm đó, ô-tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -5t + 10$ (m/s), trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô-tô còn di chuyển bao nhiêu mét ?

- A. 0,2m B. 2m C. 10m D. 20m

Câu 5.9 : (CÂU 7 ĐMH 2017) Một vật chuyển động theo quy luật $s = -\frac{1}{2}t^3 + 9t^2$, với t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc vật bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 10 giây, kể từ lúc bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của vật đạt được bằng bao nhiêu?

- A. 216 (m/s) B. 30 (m/s) C. 400 (m/s) D. 54 (m/s)

Câu 5.10 : (CÂU 41 THPT QG 2017) Một vật chuyển động trong 3 giờ với vận tốc $v(\text{km/h})$ phụ thuộc thời gian $t(\text{h})$ có đồ thị của vận tốc như hình bên. Trong khoảng thời gian 1 giờ kể từ khi bắt đầu chuyển động, đồ thị đó là một phần của đường parabol có đỉnh I(2 ; 9) và trực đối xứng song song với trực tung, khoảng thời gian còn lại đồ thị là một đoạn thẳng song song với trực

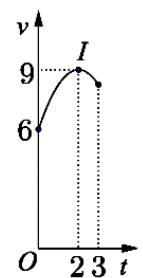


hoành. Tính quãng đường s mà vật di chuyển được trong 3 giờ đó (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

- A. $s = 23,25(\text{km})$ B. $s = 21,58(\text{km})$ C. $15,50(\text{km})$ D. $s = 13,83(\text{km})$

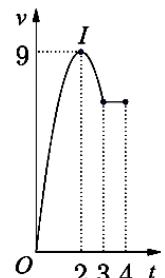
Câu 5.11 : (CÂU 38 THPT QG 2017) Một vật chuyển động trong 3 giờ với vận tốc v (km/h) phụ thuộc thời gian t (h) có đồ thị là một phần của đường parabol có đỉnh I(2 ; 9) và trục đối xứng song song với trục tung như hình bên. Tính quãng đường s và vật di chuyển được trong 3 giờ đó.

- A. $s = 24,25 (\text{km})$
B. $s = 26,75 (\text{km})$
C. $s = 24,75 (\text{km})$
D. $s = 25,25 (\text{km})$



Câu 5.12 : (CÂU 35 THPT QG 2017) Một vật chuyển động trong 4 giờ với vận tốc v (km/h) phụ thuộc thời gian t (h) có đồ thị của vận tốc như hình bên. Trong khoảng thời gian 3 giờ kể từ khi bắt đầu chuyển động, đồ thị đó là một phần của đường parabol có đỉnh I (2 ; 9) với trục đối xứng song song với trục tung, khoảng thời gian còn lại đồ thị là một đoạn thẳng song song với trục hoành. Tính quãng đường s mà vật di chuyển được trong 4 giờ đó.

- A. $s = 26,5 (\text{km})$ B. $s = 28,5 (\text{km})$
C. $s = 27 (\text{km})$ D. $s = 24 (\text{km})$



Câu 5.13 : (THPT QG 2017) Một vật chuyển động theo quy luật $s = -\frac{1}{2}t^3 + 6t^2$ với t (giây) là khoảng thời gian tính từ khi vật bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật di chuyển được trong khoảng thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 6 giây, kể từ khi bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của vật đạt được bằng bao nhiêu?

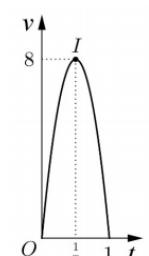
- A. 24 (m/s) B. 108 (m/s) C. 18 (m/s) D. 64 (m/s)

Câu 5.14 : (THPT QG 2017) Một vật chuyển động theo quy luật $s = -\frac{1}{3}t^3 + 6t^2$ với t (giây) là khoảng thời gian tính từ khi vật bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật di chuyển được trong khoảng thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 9 giây, kể từ khi bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của vật đạt được bằng bao nhiêu?

- A. 144 (m/s) B. 36 (m/s) C. 243 (m/s) D. 27 (m/s)

Câu 5.15 : (CÂU 35 THPT QG 2017) Một người chạy trong thời gian 1 giờ, vận tốc v (km/h) phụ thuộc thời gian t (h) có đồ thị là một phần của đường parabol với đỉnh $I\left(\frac{1}{2}; 8\right)$ và trục đối xứng song song với trục tung như hình bên. Tính quãng đường s người đó chạy được trong khoảng thời gian 45 phút, kể từ khi bắt đầu chạy.

- A. $s = 4,0 (\text{km})$ B. $s = 2,3 (\text{km})$ C. $s = 4,5 (\text{km})$ D. $s = 5,3 (\text{km})$



Câu 5.16 : Biết rằng nếu $F = kx$ thì $A = \int_b^a f(x)dx$ với a, b là khoảng cách tính từ trạng thái tự nhiên của lò xo. Tìm công sinh ra của lò xo khi nén lò xo đang ở trạng thái tự nhiên dài 1,5m còn 1m nếu hằng số lò xo là 20N/m.

- A. 2Nm B. 3Nm C. 2,4Nm D. 2,5Nm

Câu 5.17 : Biết rằng nếu $F = kx$ thì $A = \int_b^a f(x)dx$ với a, b là khoảng cách tính từ trạng thái tự nhiên của lò xo. Tìm công sinh ra của lò xo khi nén lò xo đang ở trạng thái tự nhiên dài 2m còn 0,5m nếu hằng số lò xo là 16N/m.

- A. 15Nm B. 16Nm C. 18Nm D. 20Nm

Câu 5.18 : Biết rằng nếu $F = kx$ thì $A = \int_b^a f(x)dx$ với a, b là khoảng cách tính từ trạng thái tự nhiên của lò xo. Tìm công sinh ra của lò xo khi nén lò xo đang ở trạng thái tự nhiên dài 2m còn 0,5m rồi nén thêm 25cm nữa nếu hằng số lò xo là 16N/m.

- A. 7Nm B. 6,5Nm C. 5Nm D. 10Nm

Câu 5.19 : Biết rằng nếu $F = kx$ thì $A = \int_b^a f(x)dx$ với a, b là khoảng cách tính từ trạng thái tự nhiên của lò xo. Tìm công sinh ra của lò xo khi nén lò xo đang ở trạng thái tự nhiên dài 50cm còn 30cm rồi nén thêm 20cm nữa nếu hằng số lò xo là 20N/m.

- A. 1,2Nm B. 2,5Nm C. 2Nm D. 1,5Nm

Câu 5.20 : Một lực 1000N nén lò xo từ chiều dài tự nhiên là 15cm xuống còn 10cm. Nếu ta tiếp tục nén lò xo từ 13cm xuống 8cm thì công sinh ra là :

- A. 5000Ncm B. 4500Ncm C. 4000Ncm D. 3000Ncm

Câu 5.21 : Một lực 1200N nén lò xo từ chiều dài tự nhiên là 20cm xuống còn 14cm. Nếu ta tiếp tục nén lò xo từ 18cm xuống 16cm thì công sinh ra là :

- A. 1500Ncm B. 1000Ncm C. 1200Ncm D. 2000Ncm

Câu 5.22 : Một lực 1000N nén lò xo từ chiều dài tự nhiên là 15cm xuống còn 10cm. Công sinh ra khi nén lò xo từ x (cm) xuống y (cm) là 4500Ncm. Khi $x + y = 21$ thì giá trị của x, y là :

- A. $x = 10, y = 11$ B. $x = 12, y = 9$ C. $x = 13, y = 8$ D. $x = 7, y = 14$

Câu 5.23 : Một lực 1200N nén lò xo từ chiều dài tự nhiên là 20cm xuống còn 14cm. Công sinh ra khi nén lò xo từ x (cm) xuống y (cm) là 1200Ncm. Khi $x + y = 34$ thì giá trị của x, y là :

- A. $x = 17, y = 7$ B. $x = 18, y = 16$ C. $x = 20, y = 14$ D. $x = 14, y = 20$

Câu 5.24 : Một hạt electron có điện tích âm là $1,6 \cdot 10^{-19} C$. Công sinh ra khi tách 2 hạt electron từ 2pm đến 5pm là bao nhiêu biết công sinh ra được tính bằng công thức $A = \int_a^b \frac{kq_1 q_2}{x^2} dx$ với q_1, q_2 lần lượt là điện tích của từng hạt electron, $k = 9 \cdot 10^9$.

- A. $6,912 \cdot 10^{-16} J$ B. $6,912 \cdot 10^{-17} J$ C. $7 \cdot 10^{-17} J$ D. $6 \cdot 10^{-17} J$

Câu 5.25 : Một hạt electron có điện tích âm là $1,6 \cdot 10^{-19} C$. Công sinh ra khi tách 2 hạt electron từ 3pm đến 4pm là bao nhiêu biết công sinh ra được tính bằng công thức $A = \int_a^b \frac{kq_1 q_2}{x^2} dx$ với q_1, q_2 lần lượt là điện tích của từng hạt electron, $k = 9 \cdot 10^9$.

- A. $1,92 \cdot 10^{-17} J$ B. $9,12 \cdot 10^{-17} J$ C. $1,2 \cdot 10^{-17} J$ D. $1,5 \cdot 10^{-17} J$

Câu 5.26 : Một hạt electron có điện tích âm là $1,6 \cdot 10^{-19} C$. Công sinh ra khi tách 2 hạt electron từ 2pm đến 5pm là $6,912 \cdot 10^{-17} J$. Tính hằng số k biết công sinh ra được tính bằng công thức $A = \int_a^b \frac{kq_1 q_2}{x^2} dx$ với q_1, q_2 lần lượt là điện tích của từng hạt electron.

- A. $9 \cdot 10^8$ B. $9 \cdot 10^{10}$ C. $9 \cdot 10^9$ D. 10^9

Câu 5.27 : Cho dòng điện xoay chiều $i = 3\sin(100\pi t)$ (A) qua một dây dẫn. Điện lượng chạy qua tiết diện dây trong khoảng thời gian từ 0 đến 0,2s là :

- A. π B. 0 C. 2π D. $\frac{\pi}{2}$

Câu 5.28 : Cho dòng điện xoay chiều $i = 2\sin(50\pi t)$ (A) qua một dây dẫn. Điện lượng chạy qua tiết diện dây trong khoảng thời gian từ 0 đến 0,5s là :

- A. 0,052 B. 0,25 C. 0,025 D. 0,01

Câu 5.29 : Cho dòng điện xoay chiều $i = 2\sin(90\pi t)$ (A) qua một dây dẫn. Điện lượng chạy qua tiết diện dây trong khoảng thời gian từ 0 đến 0,15s là :

A. $8,07 \cdot 10^{-4}$ B. $5 \cdot 10^{-3}$ C. $7,07 \cdot 10^{-4}$ D. $7,07 \cdot 10^{-3}$

Câu 5.30 : Cho dòng điện xoay chiều $i = I_0 \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$ (A), $I_0 > 0$ chạy qua một đoạn mạch. Tính từ lúc $t = 0$ s, điện lượng chuyển qua tiết diện thẳng của dây dẫn của đoạn mạch đó trong thời gian bằng nửa chu kì của dòng điện là :

A. $\frac{2\pi}{\omega}$

B. 0

C. $\frac{2I_0}{\omega}$

D. $\frac{\omega}{I_0}$

Câu 5.31 : (CÂU 32 THPT QG 2018) Một chất điểm A xuất phát từ O, chuyển động thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy luật $v(t) = \frac{1}{180}t^2 + \frac{11}{18}t$ (m/s), trong đó t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc

A bắt đầu chuyển động. Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm B cũng xuất phát từ O, chuyển động thẳng cùng hướng với A nhưng chậm hơn 5 giây so với A và có gia tốc bằng a (m/s^2) (a là hằng số). Sau khi B xuất phát được 10 giây thì đuổi kịp A. Vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A bằng

A. 22 (m/s)

B. 15 (m/s)

C. 10 (m/s)

D. 7 (m/s)

Câu 5.32 : (CÂU 32 THPT QG 2018) Một chất điểm A xuất phát từ O, chuyển động thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy luật $v(t) = \frac{1}{150}t^2 + \frac{59}{75}t$ (m/s), trong đó t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc

A bắt đầu chuyển động. Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm B cũng xuất phát từ O, chuyển động thẳng cùng hướng với A nhưng chậm hơn 3 giây so với A và có gia tốc bằng a (m/s^2) (a là hằng số). Sau khi B xuất phát được 12 giây thì đuổi kịp A. Vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A bằng

A. 20 (m/s)

B. 16 (m/s)

C. 13 (m/s)

D. 15 (m/s)

Câu 5.33 : (CÂU 27 THPT QG 2018) Một chất điểm A xuất phát từ O, chuyển động thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy luật $v(t) = \frac{1}{100}t^2 + \frac{13}{30}t$ (m/s), trong đó t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc

A bắt đầu chuyển động. Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm B cũng xuất phát từ O, chuyển động thẳng cùng hướng với A nhưng chậm hơn 10 giây so với A và có gia tốc bằng a (m/s^2) (a là hằng số). Sau khi B xuất phát được 15 giây thì đuổi kịp A. Vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A bằng

A. 15 (m/s)

B. 9 (m/s)

C. 42 (m/s)

D. 25 (m/s)

Câu 5.34 : (CÂU 27 THPT QG 2018) Một chất điểm A xuất phát từ O, chuyển động thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy luật $v(t) = \frac{1}{120}t^2 + \frac{58}{45}t$ (m/s), trong đó t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc

A bắt đầu chuyển động. Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm B cũng xuất phát từ O, chuyển động thẳng cùng hướng với A nhưng chậm hơn 3 giây so với A và có gia tốc bằng a (m/s^2) (a là hằng số). Sau khi B xuất phát được 15 giây thì đuổi kịp A. Vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A bằng

A. 25 (m/s)

B. 36 (m/s)

C. 30 (m/s)

D. 21 (m/s)

ĐÁP ÁN ĐANG 5 TÍCH PHÂN

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Đáp án	A	A	D	A	C	C	A	C	D	B
Câu	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Đáp án	C	C	A	B	C	D	C	B	A	B
Câu	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Đáp án	C	C	B	B	A	C	B	C	D	C
Câu	31	32	33	34						
Đáp án	B	B	D	C						

DÀNG 6 : TÍNH GIÁ TRỊ CÓ CHÚA THAM SỐ

Câu 6.1 : (SGK) Giả sử $\int_1^5 \frac{dx}{2x-1} = \ln c$. Giá trị của c là

- A. 9 B. 3 C. 81 D. 8

Câu 6.2 : Cho $\int_2^5 \frac{dx}{x} = \ln a$. Tìm a

- A. $\frac{5}{2}$ B. 2 C. 5 D. $\frac{2}{5}$

Câu 6.3 : Cho $\int_0^m (2x+6)dx = 7$. Tìm m

- A. $m = 1$ hoặc $m = 7$ B. $m = 1$ hoặc $m = -7$ C. $m = -1$ hoặc $m = 7$ D. $m = -1$ hoặc $m = -7$

Câu 6.4 : Nếu $f'(x) = x$ và $f(1) = \frac{3}{2}$ thì $\int_0^1 f(x)dx$ bằng :

- A. $\frac{7}{6}$ B. $\frac{1}{6}$ C. $\frac{3}{2}$ D. $\frac{1}{2}$

Câu 6.5 : Cho tích phân $\int_{-1}^5 f(x)dx = 15$. Giá trị biểu thức $P = \int_0^2 [f(5-3x)+7]dx$ bằng bao nhiêu ?

- A. 16 B. 17 C. 18 D. 19

Câu 6.6 : Biết rằng $f(x)$ là hàm liên tục trên R và $T = \int_0^9 f(x)dx = 9$. Tính $D = \int_0^3 [f(3x)+T]dx$.

- A. $D = 30$ B. $D = 3$ C. $D = 12$ D. $D = 27$

Câu 6.7 : Tính $\int_a^{a\sqrt{3}} \frac{dx}{x^2 + a^2}$

- A. $\frac{\pi}{4a}$ B. $\frac{\pi}{8a}$ C. $\frac{\pi}{9a}$ D. $\frac{\pi}{12a}$

Câu 6.8 : Tính $I = \int_0^\pi \frac{\sin x dx}{\sqrt{1-2a\cos x+a^2}}$. ($a > 1$)

- A. 2 B. $\frac{2}{a}$ C. 2a D. $\frac{a}{2}$

Câu 6.9 : Biết $I = \int_0^1 (x+2)\ln(x+1)dx = a\ln 2 - \frac{7}{b}$, với a, b, c là các số nguyên dương. Tính $S = a + b^2$.

- A. $S = 8$ B. $S = 20$ C. $S = 16$ D. $S = 12$

Câu 6.10 : Biết $I = \int_{\ln 3}^{\ln 6} \frac{dx}{e^x + 2e^{-x} - 3} = 3\ln a - \ln b$, với a, b, c là các số nguyên dương. Tính $S = ab$.

- A. $S = 15$ B. $S = 10$ C. $S = 20$ D. $S = -10$

Câu 6.11 : Biết $I = \int_0^{\ln 6} \frac{e^x}{1+\sqrt{e^x+3}} dx = a + b\ln 2 + c\ln 3$, với a, b, c là các số nguyên. Tính $S = a + b + c$.

- A. $S = -1$ B. $S = 0$ C. $S = 2$ D. $S = 1$

Câu 6.12 : Biết $I = \int_0^1 \frac{(x-1)^2}{x^2+1} dx = a\ln b + c$, với a, b, c là các số nguyên. Tính $S = a + b + c$.

- A. $S = 2$ B. $S = 1$ C. $S = 3$ D. $S = 0$

Câu 6.13 : Biết $I = \int_{\frac{3}{2}}^3 \sqrt{1 + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{(x-1)^2}} dx = a + b \ln 2 + c \ln 3$, với a, b, c là các số nguyên.

Tính $S = a + b^2 + 3c^2$.

- A. $S = 6$ B. $S = 5$ C. $S = 8$ D. $S = 9$

Câu 6.14 : Biết $I = \int_0^1 \frac{x^2 e^x}{(x+2)^2} dx = \frac{a}{b} e + c$, với a, c là các số nguyên, b là số nguyên dương và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $S = a - b + c$.

- A. $S = -3$ B. $S = 3$ C. $S = 0$ D. $S = 2$

Câu 6.15 : (CÂU 26 ĐMH 2017) Biết $\int_3^4 \frac{dx}{x^2 + x} = a \ln 2 + b \ln 3 + c \ln 5$, với a, b, c là các số nguyên.

Tính $S = a + b + c$.

- A. $S = 6$ B. $S = 2$ C. $S = -2$ D. $S = 0$

Câu 6.16 : (CÂU 18 THPT QG 2017) Cho $\int_0^1 \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2} \right) dx = a \ln 2 + b \ln 3$, với a, b là các số nguyên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $a + b = 2$ B. $a - 2b = 0$ C. $a + b = -2$ D. $a + 2b = 0$

Câu 6.17 : (CÂU 32 ĐMH 2018) Biết $\int_1^2 \frac{dx}{(x+1)\sqrt{x} + x\sqrt{x+1}} = \sqrt{a} - \sqrt{b} - c$ với a, b, c là các số nguyên dương.

Tính $P = a + b + c$.

- A. $P = 24$ B. $P = 12$ C. $P = 18$ D. $P = 46$

Câu 6.18 : Cho tích phân $I = \int_0^{\pi/2} \frac{\cos 3x + 2 \cos x}{2 + 3 \sin x - \cos 2x} dx = a \ln 2 + b \ln 3 + c$ ($a, b, c \in \mathbb{Z}$).

Tính giá trị của biểu thức $A = a + b + c$.

- A. -3 B. -2 C. 2 D. 1

Câu 6.19 : Biết $\int_1^2 \ln(x+1) dx = a \cdot \ln 3 + b \cdot \ln 2 + c$ ($a, b, c \in \mathbb{Z}$). Khi đó $S = abc$ là :

- A. 6 B. 4 C. 8 D. 10

Câu 6.20 : Biết $\int_0^1 (2x+1)e^x dx = a + b \cdot e$ ($a, b \in \mathbb{Z}$). Khi đó $S = a^2 b^4$ là :

- A. 1 B. -1 C. -15 D. 20

Câu 6.21 : Cho tích phân $I = \int_0^{\pi/4} \sin^4 x dx = a\pi + b$ ($a, b \in \mathbb{Q}$). Tính giá trị của biểu thức $A = a + b$.

- A. $-5/32$ B. $\frac{11}{32}$ C. 4 D. 7

Câu 6.22 : Cho tích phân $I = \int_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{\cos 2x}{\cos^2 x \sin^2 x} dx = a + b\sqrt{3}$ ($a, b \in \mathbb{Q}$). Tính giá trị của biểu thức $A = a + b$.

- A. -2 B. $\frac{-2}{3}$ C. $\frac{2}{3}$ D. 3

Câu 6.23 : Tích phân $\int_1^2 \frac{8x+5}{6x^2+7x+2} dx = a \ln 2 + b \ln 3 + c \ln 5$. (với $a, b, c \in \mathbb{R}$). Tính $P = a^2 + b^3 + 3c$.

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Câu 6.24: Biết rằng $\int_0^1 \frac{dx}{x^2 + 5x + 6} = a \ln 3 - b \ln 2 - c \ln 4$. (với $a, b, c \in \mathbb{R}$). Tính $P = 2a + b^2 + c^2$.

- A. 2 B. 4 C. 6 D. 8

Câu 6.25: Cho tích phân $I = \int_0^{\pi/2} \sin x \left(\sin x + \frac{\cos 2x}{\sqrt{1+3\cos x}} \right) dx = a\pi - \frac{b}{c}$ ($a, b, c \in \mathbb{Q}$) với $\frac{b}{c}$ là phân số tối giản.

Tính giá trị của biểu thức $A = a + b + c$.

- A. 153,5 B. 523,25 C. 320,75 D. 223,25

Câu 6.26: Cho tích phân $I = \int_0^{\pi/2} (2x - 1 - \sin x) dx = a\pi^2 + b\pi + c$ ($a, b, c \in \mathbb{Q}$).

Tính giá trị của biểu thức $A = a + b + c$.

- A: -1.5 B: 1.5 C: -1.25 D: 1.25

Câu 6.27: Biết $\int_0^{\pi/4} \frac{\cos x}{\sin x + \cos x} dx = a\pi + \frac{1}{4} \ln b$ ($0 < a < 1$, $1 < b < 3$). Khi đó $S = a + b$ là :

- A. $\frac{17}{8}$ B. $\frac{15}{8}$ C. $\frac{13}{8}$ D. $\frac{11}{8}$

Câu 6.28: Cho tích phân sau $I = \int_{\frac{1}{3}}^{\frac{2}{3}} \frac{2x+1}{1+\sqrt{3x+1}} dx = \frac{28}{27} - \frac{b}{a} \ln \frac{a}{b}$. Tính $S = \cos^2\left(\frac{a}{b}\right) + \frac{3997 - \cos a}{b}$. Biết a, b

tối giản.

A. $\cos^2(5) + \cos(5) + 1999$ B. 1999
C. 2016 D. $\cos^2(3) + \cos(3) + 2010$

Câu 6.29: Tính tích phân $I = \int_{-5}^{10} \frac{\sqrt{x^3 + 3x^2 - 4}}{x-2} dx = a + \ln b$. Chọn phát biểu đúng.

- A. $a < b$ B. $a = b$ C. $b < 21$ D. a, b đều nguyên

Câu 6.30: Cho tích phân $I = \int_{\ln a}^{\ln b} x \ln x dx = \frac{e^2 + b}{a}$. Tính $S = ab$.

- A. 12 B. 4 C. 6 D. 8

Câu 6.31: Cho tích phân $\int_0^7 x \sqrt[3]{x+1} dx = \frac{a}{b}$. Giá trị của a là : (biết a, b tối giản)

- A. 64 B. 356 C. 346 D. 1029

Câu 6.32: Tính tích phân $I = \int_0^{\pi/4} \tan^2 x dx = a + b\pi$ ($a, b \in \mathbb{Q}$). Tính $P = a + b$.

- A. $P = \frac{5}{4}$ B. $P = \frac{3}{4}$ C. $P = \frac{1}{4}$ D. $P = \frac{11}{4}$

Câu 6.33: Cho tích phân $\int_a^b \frac{dx}{x \ln x \sqrt{\ln ex}} = \ln a - \ln b$. Tính $S = \cos^2(a+b) - \frac{\cos\left(\frac{10ab}{6}\right) + 11}{2}$.

- A -10 B -5 C -20 D -40

Câu 6.34: Cho tích phân $I = \int_{0}^2 \frac{2x^3 - 3x^2 + x}{\sqrt{x^2 - x + 1}} dx = \frac{b}{a} + 1$. Tính $S = \log_{729}(a) + \log_{1999}(b)$? Biết a, b tối giản.

- A. $\frac{1}{9}$ B. $\frac{1}{27}$ C. $\frac{1}{81}$ D. $\frac{1}{36}$

Câu 6.35 : Cho $D = \int \frac{x+1}{\sqrt[3]{3x+1}} dx = \frac{(3x+1)\sqrt[3]{(3x+1)^2} + b\sqrt[3]{(3x+1)^2}}{a} + C$. Tìm a + b.

- A. 20 B. 75 C. 55 D. 45

Câu 6.36 : (CÂU 27 ĐMH 2017) Cho $\int_0^1 \frac{dx}{e^x + 1} = a + b \ln \frac{1+e}{2}$, với a, b là các số hữu tỉ. Tính S = a³ + b³.

- A. S = 2 B. S = -2 C. S = 0 D. S = 1

Câu 6.37 : (CÂU 26 THPT QG 2018) Cho $\int_{16}^{55} \frac{dx}{x\sqrt{x+9}} = a \ln 2 + b \ln 5 + c \ln 11$ với a, b, c là các số hữu tỉ. Mệnh

đề nào dưới đây đúng?

- A. a - b = -c B. a + b = c C. a + b = 3c D. a - b = -3c

Câu 6.38 : (CÂU 27 THPT QG 2018) Cho $\int_5^{21} \frac{dx}{x\sqrt{x+4}} = a \ln 3 + b \ln 5 + c \ln 7$ với a, b, c là các số hữu tỉ. Mệnh

đề nào dưới đây đúng?

- A. a + b = -2c B. a + b = c C. a - b = -c D. a - b = -2c

Câu 6.39 : (CÂU 26 THPT QG 2018) Cho $\int_1^e (1 + x \ln x) dx = ae^2 + be + c$ với a, b, c là các số hữu tỉ. Mệnh

đề nào dưới đây đúng?

- A. a + b = c B. a + b = -c C. a - b = c D. a - b = -c

Câu 6.40 : (CÂU 32 THPT QG 2018) Cho $\int_1^e (2 + x \ln x) dx = ae^2 + be + c$ với a, b, c là các số hữu tỉ. Mệnh

đề nào dưới đây đúng?

- A. a + b = -c B. a + b = c C. a - b = c D. a - b = -c

Câu 6.41 : (CÂU 38 ĐMH 2019) Cho $\int_0^1 \frac{x dx}{(x+2)^2} = a + b \ln 2 + c \ln 3$ với a, b, c là các số hữu tỷ.

Giá trị của 3a + b + c bằng

- A. -2 B. -1 C. 2 D. 1

ĐÁP ÁN DẠNG 6 TÍCH PHÂN

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Đáp án	B	D	B	A	D	A	D	B	B	B
Câu	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Đáp án	B	A	C	A	B	D	D	D	A	A
Câu	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Đáp án	A	C	B	C	B	C	A	B	C	B
Câu	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
Đáp án	D	B	B	D	A	C	A	A	C	C
Câu	41									
Đáp án	B									

▪ DẠNG 7 : TÍCH PHÂN HÀM ẨN

Câu 7.1 : Cho $\int_2^5 f(x) dx = 10$. Kết quả $\int_5^2 [2 - 4f(x)] dx$

- A. 34 B. 36 C. 40 D. 32

Câu 7.2 : Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$, biết $\int_0^9 f(x)dx = 9$ và $F(0) = 3$.

Tính $F(9)$.

- A. $F(9) = -6$ B. $F(9) = 6$ C. $F(9) = 12$ D. $F(9) = -12$

Câu 7.3 : Cho $\int_2^4 f(x)dx = 10$ và $\int_2^4 g(x)dx = 5$. Tính $I = \int_2^4 [3f(x) - 5g(x)]dx$.

- A. $I = 5$ B. $I = 15$ C. $I = -5$ D. $I = 10$

Câu 7.4 : Nếu $\int_1^2 f(x)dx = 3$, $\int_2^5 f(x)dx = -1$ thì $\int_1^5 f(x)dx$ bằng

- A. -2 B. 2 C. 3 D. 4

Câu 7.5 : Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0; 10]$ và $\int_0^{10} f(x)dx = 7$ và $\int_0^6 f(x)dx = 3$. Tính

$$P = \int_0^2 f(x)dx + \int_6^{10} f(x)dx.$$

- A. $P = 7$ B. $P = -4$ C. $P = 4$ D. $P = 10$

Câu 7.6 : Cho $\int_{-1}^2 f(x)dx = 2$ và $\int_{-1}^2 g(x)dx = -1$. Tính $I = \int_{-1}^2 [x + 2f(x) + 3g(x)]dx$ bằng

- A. $I = \frac{11}{2}$ B. $I = \frac{7}{2}$ C. $I = \frac{17}{2}$ D. $I = \frac{5}{2}$

Câu 7.7 : Cho hàm số $f(x)$ có $f'(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 3]$, $f(-1) = 3$ và $\int_{-1}^3 f'(x)dx = 10$ giá trị của $f(3)$

bằng

- A. -13 B. -7 C. 13 D. 7

Câu 7.8 : Cho $y = f(x)$, $y = g(x)$ là các hàm số có đạo hàm liên tục trên $[0; 2]$ và $\int_0^2 g(x)f'(x)dx = 2$,

$$\int_0^2 g'(x)f(x)dx = 3. \text{Tính tích phân } I = \int_0^2 [f(x).g(x)]' dx.$$

- A. $I = -1$ B. $I = 6$ C. $I = 5$ D. $I = 1$

Câu 7.9 : Cho hai tích phân $\int_{-2}^5 f(x)dx = 8$ và $\int_5^{-2} g(x)dx = 3$. Tính $I = \int_{-2}^5 [f(x) - 4g(x) - 1]dx$.

- A. $I = -11$ B. $I = 13$ C. $I = 27$ D. $I = 3$

Câu 7.10 : Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0; 6]$ thỏa mãn $\int_0^6 f(x)dx = 10$ và $\int_2^4 f(x)dx = 6$. Tính giá trị

của biểu thức $P = \int_0^2 f(x)dx + \int_4^6 f(x)dx$.

- A. $P = 4$ B. $P = 16$ C. $P = 8$ D. $P = 10$

Câu 7.11 : Cho hàm số $f(x) = \ln|x + \sqrt{x^2 + 1}|$. Tính tích phân $I = \int_0^1 f'(x)dx$.

- A. $I = \ln\sqrt{2}$ B. $I = \ln(1 + \sqrt{2})$ C. $I = \ln 2$ D. $I = 2\ln 2$

Câu 7.12 : Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[1; \ln 3]$ và thỏa mãn $f(1) = e^2$, $\int_1^{\ln 3} f'(x)dx = 9 - e^2$.

Tính $I = f(\ln 3)$.

A. $I = 9 - 2e^2$

B. $I = 9$

C. $I = -9$

D. $I = 2e^2 - 9$

Câu 7.13 : Cho hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0; 1]$ và thỏa mãn $\int_0^1 f'(x)g(x)dx = 1$, $\int_0^1 f(x)g'(x)dx = -1$. Tính $I = \int_0^1 [f(x)g(x)]' dx$.

A. $I = -2$

B. $I = 0$

C. $I = 3$

D. $I = 2$

Câu 7.14 : Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $(0; +\infty)$ và thỏa $\int_0^{x^2} f(t)dt = x \cdot \cos \pi x$. Tính $f(4)$.

A. $f(4) = 123$

B. $f(4) = \frac{2}{3}$

C. $f(4) = \frac{3}{4}$

D. $f(4) = \frac{1}{4}$

Câu 7.15 : Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\int_0^{f(x)} t^2 dt = x \cdot \cos \pi x$. Tính $f(4)$.

A. $f(4) = 2\sqrt{3}$

B. $f(4) = -1$

C. $f(4) = \frac{1}{2}$

D. $f(4) = \sqrt[3]{12}$

Câu 7.16 : Cho hàm số $G(x) = \int_0^x t \cdot \cos(x-t) dt$. Tính $G'\left(\frac{\pi}{2}\right)$.

A. $G'\left(\frac{\pi}{2}\right) = -1$

B. $G'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$

C. $G'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$

D. $G'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2$

Câu 7.17 : Cho hàm số $G(x) = \int_0^{x^2} \cos \sqrt{t} dt$ ($x > 0$). Tính $G'(x)$.

A. $G'(x) = x^2 \cdot \cos x$

B. $G'(x) = 2x \cdot \cos x$

C. $G'(x) = \cos x$

D. $G'(x) = \cos x - 1$

Câu 7.18 : Tính đạo hàm của $f(x)$, biết $f(x)$ thỏa $\int_0^x t \cdot e^{f(t)} dt = e^{f(x)}$.

A. $f'(x) = x$

B. $f'(x) = x^2 + 1$

C. $f'(x) = \frac{1}{x}$

D. $f'(x) = \frac{1}{1-x}$

Câu 7.19 : Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên khoảng $(-2; 3)$. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên khoảng $(-2; 3)$. Tính $I = \int_{-1}^2 [f(x) + 2x] dx$, biết $F(-1) = 1$ và $F(2) = 4$.

A. $I = 6$

B. $I = 10$

C. $I = 3$

D. $I = 9$

Câu 7.20 : Cho $\int_{-1}^2 f(x) dx = 2$ và $\int_{-1}^2 g(x) dx = -1$. Tính $I = \int_{-1}^2 [x + 2f(x) - 3g(x)] dx$.

A. $I = \frac{11}{2}$

B. $I = \frac{7}{2}$

C. $I = \frac{17}{2}$

D. $I = \frac{5}{2}$

Câu 7.21 : Cho $\int_1^2 [3f(x) + 2g(x)] dx = 1$, $\int_1^2 [2f(x) - g(x)] dx = -3$. Khi đó, $\int_1^2 f(x) dx$ bằng

A. $\frac{11}{7}$

B. $-\frac{5}{7}$

C. $\frac{6}{7}$

D. $\frac{16}{7}$

Câu 7.22 : Cho $f(x)$, $g(x)$ là hai hàm số liên tục trên đoạn $[-1; 1]$ và $f(x)$ là hàm số chẵn, $g(x)$ là hàm số lẻ.

Biết $\int_0^1 f(x) dx = 5$; $\int_0^1 g(x) dx = 7$. Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

A. $\int_{-1}^1 f(x) dx = 10$

B. $\int_{-1}^1 [f(x) + g(x)] dx = 10$

C. $\int_{-1}^1 [f(x) - g(x)] dx = 10$

D. $\int_{-1}^1 g(x) dx = 14$

Câu 7.23 : Nếu $\int_0^{10} f(z) dz = 17$ và $\int_0^8 f(t) dt = 12$ thì $\int_8^{10} -3f(x) dx$ bằng

A. -15

B. 29

C. 15

D. 5

Câu 7.24 : Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục, luôn dương trên $[0; 3]$ và thỏa mãn $I = \int_0^3 f(x)dx = 4$. Khi đó giá trị

của tích phân $K = \int_0^3 (e^{1+\ln(f(x))} + 4)dx$ là:

A. $4 + 12e$ B. $12 + 4e$ C. $3e + 14$ D. $14 + 3e$

Câu 7.25 : Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên \mathbb{R} thỏa $\begin{cases} f(0) = f'(0) = 1 \\ f(x+y) = f(x) + f(y) + 3xy(x+y) - 1, \forall x, y \in \mathbb{R} \end{cases}$.

Tính $\int_0^1 f(x-1)dx$.

A. $\frac{1}{2}$ B. $-\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{7}{4}$

Câu 7.26 : Cho hàm số $f(x)$ là hàm bậc nhất thỏa mãn $\int_0^1 (x+1)f'(x)dx = 10$ và $2f(1) - f(0) = 2$. Tính

$I = \int_0^1 f(x)dx$.

A. $I = 1$ B. $I = 8$ C. $I = -12$ D. $I = -8$

Câu 7.27 : Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$, thỏa $f'(x) = \frac{1}{x^3 + x^5}$, $f(1) = a$, $f(-2) = b$. Tính $f(-1) + f(2)$.

A. $f(-1) + f(2) = -a - b$ B. $f(-1) + f(2) = a - b$ C. $f(-1) + f(2) = a + b$ D. $f(-1) + f(2) = b - a$

Câu 7.28 : Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên \mathbb{R} thỏa mãn đồng thời các điều kiện $f(x) > 0$,

$\forall x \in \mathbb{R}; f'(x) = -e^x \cdot f^2(x)$, $\forall x \in \mathbb{R}$ và $f(0) = \frac{1}{2}$. Tính giá trị của $f(\ln 2)$.

A. $f(\ln 2) = \frac{2}{9}$ B. $f(\ln 2) = -\frac{2}{9}$ C. $f(\ln 2) = \frac{2}{3}$ D. $f(\ln 2) = \frac{1}{3}$

Câu 7.29 : Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị (C), xác định và liên tục trên \mathbb{R} thỏa mãn đồng thời các điều kiện $f(x) > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = (x \cdot f(x))^2$, $\forall x \in \mathbb{R}$ và $f(0) = 2$. Phương trình tiếp tuyến tại điểm có hoành độ $x = 1$ của đồ thị (C) là

A. $y = 6x + 30$ B. $y = -6x + 30$ C. $y = 36x - 30$ D. $y = -36x + 42$

Câu 7.30 : Cho hàm số $y = f(x) > 0$ xác định, có đạo hàm trên đoạn $[0; 1]$ và thỏa mãn:

$g(x) = 1 + 2018 \int_0^x f(t)dt$, $g(x) = f^2(x)$. Tính $\int_0^1 \sqrt{g(x)}dx$

A. $\frac{1011}{2}$ B. $\frac{1009}{2}$ C. $\frac{2019}{2}$

D. 505

Câu 7.31 : Cho $f(x)$ xác định, có đạo hàm liên tục và đồng biến trên $[1; 4]$ thỏa mãn $x + 2xf(x) = [f'(x)]^2$, $\forall x \in [1; 4]$, $f(1) = \frac{3}{2}$. Giá trị $f(4)$ bằng:

A. $\frac{391}{18}$ B. $\frac{361}{18}$ C. $\frac{381}{18}$ D. $\frac{371}{18}$

Câu 7.32 : Cho hàm số $y = f(x)$ có $f'(x)$ liên tục trên nửa khoảng $[0; +\infty)$ thỏa mãn $3f(x) + f'(x) = \sqrt{1 + 3e^{-2x}}$. Khi đó:

A. $e^3 f(1) - f(0) = \frac{1}{\sqrt{e^2 + 3}} - \frac{1}{2}$ B. $e^3 f(1) - f(0) = \frac{1}{2\sqrt{e^2 + 3}} - \frac{1}{4}$ C. $e^3 f(1) - f(0) = \frac{(e^2 + 3)\sqrt{e^2 + 3} - 8}{3}$ D. $e^3 f(1) - f(0) = (e^2 + 3)\sqrt{e^2 + 3} - 8$

Câu 7.33 : (CÂU 32 THPT QG 2019) Cho hàm số $f(x)$. Biết $f(0) = 4$ và $f'(x) = 2\cos^2 x + 1$, $\forall x \in \mathbb{R}$, khi đó

$$\int_0^{\pi/4} f(x) dx \text{ bằng}$$

- A. $\frac{\pi^2 + 4}{16}$ B. $\frac{\pi^2 + 14\pi}{16}$ C. $\frac{\pi^2 + 16\pi + 4}{16}$ D. $\frac{\pi^2 + 16\pi + 16}{16}$

Câu 7.34 : (CÂU 38 ĐMH 2020 – LẦN 1) Cho hàm số $f(x)$ có $f(3) = 3$ và $f'(x) = \frac{x}{x+1-\sqrt{x+1}}$, $\forall x > 0$. Khi

$$\text{đó } \int_3^8 f(x) dx \text{ bằng}$$

- A. 7 B. $\frac{197}{6}$ C. $\frac{29}{2}$ D. $\frac{181}{6}$

Câu 7.35 : (CÂU 48 ĐMH 2020 – LẦN 1) Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và thỏa mãn $xf(x^3) + f(1 - x^2) =$

$$-x^{10} + x^6 - 2x, \forall x \in \mathbb{R}$$

Khi đó $\int_{-1}^0 f(x) dx$ bằng

- A. $-\frac{17}{20}$ B. $-\frac{13}{4}$ C. $\frac{17}{4}$ D. -1

Câu 7.36 : (CÂU 45 ĐMH 2020 – LẦN 2) Cho hàm số $f(x)$ có $f(0) = 0$ và $f'(x) = \cos x \cos^2 2x$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Khi đó

$$\int_0^{\pi} f(x) dx \text{ bằng}$$

- A. $\frac{1042}{225}$ B. $\frac{208}{225}$ C. $\frac{242}{225}$ D. $\frac{149}{225}$

Câu 46. (CÂU 46 THPT QG 2021 – ĐQĐT 1) Cho hàm số $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ với a, b, c là các số thực. Biết hàm số $g(x) = f(x) + f'(x) + f''(x)$ có hai giá trị cực trị là -3 và 6. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \frac{f(x)}{g(x)+6}$ và $y = 1$ bằng

- A. $2\ln 3$ B. $\ln 3$ C. $\ln 18$ D. $2\ln 2$

Câu 46. (CÂU 46 THPT QG 2021 – ĐQĐT 2) Cho hai hàm số $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + 2x$ và $g(x) = mx^3 + nx^2 - x$; với $a, b, c, m, n \in \mathbb{R}$. Biết hàm số $y = f(x) - g(x)$ có 3 điểm cực trị là -1, 2, 3. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = f'(x)$ và $y = g'(x)$ bằng

- A. $\frac{71}{6}$ B. $\frac{32}{3}$ C. $\frac{16}{3}$ D. $\frac{71}{12}$

ĐÁP ÁN DÀNG 7 TÍCH PHÂN

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Đáp án	A	C	A	B	C	D	C	C	B	A
Câu	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Đáp án	B	B	B	D	D	B	B	D	A	C
Câu	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Đáp án	B	D	A	B	C	D	C	D	C	A
Câu	31	32	33	34	35	36				
Đáp án	A	C	C	B	B	C				

---- HẾT ----