

ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẲNG

GVBM : ĐOÀN NGỌC DŨNG

I. GIAO TUYẾN CỦA HAI MẶT PHẲNG

BÀI 1 : Cho tứ diện ABCD và I là một điểm trên cạnh CD.

- a) Xác định giao tuyến của mặt phẳng qua A, B, I với các mặt của tứ diện ABCD.
- b) Gọi M, N là trung điểm của AB, AC. Tìm giao tuyến của $(BCD) \cap (DMN)$.

BÀI 2 : Cho S là một điểm không thuộc mặt phẳng hình thang ABCD ($AB // CD$ và $AB > CD$).

- a) Tìm giao tuyến của mặt phẳng (SAC) với (SBD).
- b) Tìm giao tuyến của mặt phẳng (SAD) với (SBC).
- c) Tìm giao tuyến của mặt phẳng (SAB) với (SCD).

BÀI 3 : Cho tứ giác ABCD có các cặp cạnh đối không song song và S là một điểm không thuộc mặt phẳng của tứ giác.

- a) Tìm giao tuyến của mặt phẳng (SAC) với (SBD).
- b) Tìm giao tuyến của mặt phẳng (SAB) với (SCD).
- c) Tìm giao tuyến của mặt phẳng (SAD) với (SBC).

BÀI 4 : Cho tứ diện ABCD. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AC và BC. K là một điểm trên cạnh BD sao cho $KD < KB$. Tìm giao tuyến của (IJK) với các mặt phẳng (ACD) và (ABD).

BÀI 5 : Cho 4 điểm A, B, C, D không cùng nằm trong một mặt phẳng. Gọi I, J là trung điểm của AD, BC.

- a) Tìm giao tuyến của (IBC) và (JAD).
- b) Gọi $M \in AB$ và $N \in AC$. Tìm giao tuyến của (IBC) và (DMN).

BÀI 6 : Cho tứ diện SABC. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB, AC.

- a) Tìm giao tuyến của (SBJ) và (SCI).
- b) Tìm giao tuyến của (SIJ) và (SBC).

BÀI 7 : Cho tứ diện ABCD, M là một điểm bên trong ΔABD , N là một điểm bên trong ΔACD .

- a) Tìm giao tuyến của (AMN) và (BCD).
- b) Tìm giao tuyến của (DMN) và (ABC).

BÀI 8 : Cho tứ diện ABCD. Gọi I, P là trung điểm của AB, BM và M là một điểm di động trên CD.

- a) Chứng minh rằng IM và AP mỗi đường luôn luôn nằm trong một mặt phẳng cố định khi M di động trên cạnh CD.
- b) Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng cố định trên.

BÀI 9 : Cho tứ diện ABCD. Lấy $M \in AB$ và $N \in AC$ sao cho MN không song song với BC. Gọi I là một điểm bên trong ΔBCD . Tìm giao tuyến của (MNI) với các mặt phẳng (BCD), (ABD) và (ACD).

BÀI 10 : Cho hình chóp S.ABCD có đáy là tứ giác ABCD có hai cạnh đối diện không song song. Lấy điểm M thuộc miền trong của ΔSCD .

- a) Tìm giao tuyến của mặt phẳng (SBM) và (SCD).
- b) Tìm giao tuyến của mặt phẳng (ABM) và (SCD).
- c) Tìm giao tuyến của mặt phẳng (ABM) và (SAC).

BÀI 11 : Cho S là một điểm không thuộc mặt phẳng hình thang ABCD ($AD // BC$ và $AD > BC$). Gọi M, N, P là các điểm lần lượt thuộc các cạnh SA, SB, SD sao cho $SA = 3SM$, $SB = 2SN$, $SD = 2SP$.

Xác định giao tuyến của (MNP) với các mặt phẳng (ABCD), (SBC).

BÀI 12 : Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là một hình bình hành. Gọi H, N lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, SD. Gọi M là một điểm trên cạnh SC sao cho $SM > MC$. Tìm giao tuyến của (HNM) với các mặt phẳng (SBC), (ABCD).

BÀI 13 : Cho tứ diện ABCD. Gọi O là một điểm bên trong ΔBCD , M là một điểm trên AO.

- a) Tìm giao tuyến của (MCD) với các mặt phẳng (ABC) và (ABD).
- b) I, J là hai điểm trên BC và BD sao cho IJ không song song với CD. Tìm giao tuyến của (IJM) và (ACD).

BÀI 14 : Cho tứ diện ABCD và $O \in \Delta ACD$. Gọi I, J lần lượt trên BC, BD sao cho IJ không song song CD.

a) Tìm giao tuyến của (OIJ) và (ACD) .

b) Gọi N $\in \Delta ABD$ sao cho $JN \cap AB$ tại Q. Tìm $(ONJ) \cap (ABC)$.

II. GIAO ĐIỂM CỦA ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẲNG

BÀI 15 : Cho tứ diện ABCD. Lấy $M \in AB$, $N \in AC$, $P \in AD$ không trùng với đỉnh của tứ diện. Xác định giao điểm E của MN và (BCD) , giao điểm F của MP và (BCD) , giao điểm Q của NP và (BCD) (nếu có).

BÀI 16 : Cho hình chót tứ giác S.ABCD, M là trung điểm của SA. Trên cạnh SC lấy điểm N sao cho $NS = 3NC$. Tìm giao điểm của MN với $(ABCD)$ và giao điểm của SD với (BMN) .

BÀI 17 : Cho tứ diện ABCD. Gọi K là trung điểm của AD và G là trọng tâm của ΔABC . Tìm giao điểm của GK và mặt phẳng (BCD) .

BÀI 18 : Cho tứ diện SABC, điểm M $\in \Delta SAB$, điểm N $\in \Delta SBC$. Xác định giao điểm của MN và (ABC) .

BÀI 19 : Cho hình chót tứ giác S.ABCD có đáy là hình thang, cạnh đáy lớn AB. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của các cạnh SB và SC. Tìm giao điểm của đường thẳng SD với (AMN) .

BÀI 20 : Cho tứ diện MNPQ. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của MN, PQ. Lấy A $\in MQ$ và B $\in MP$ thỏa AB không song song PQ.

a) Tìm giao tuyến của mặt phẳng (EPQ) và (FMN) .

b) Tìm giao tuyến của mặt phẳng (NAB) và (NPQ) .

c) Tìm giao điểm của đường thẳng AB với (EPQ) .

BÀI 21 : Cho 4 điểm A, B, C, D không cùng nằm trong một mặt phẳng. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AC và BC. Trên đoạn BD, ta lấy điểm P sao cho $BP = 3PD$.

a) Tìm giao điểm của đường thẳng CD với (MNP) .

b) Tìm giao điểm của đường thẳng AD với (MNP) .

BÀI 22 : Cho 4 điểm S, A, B, C không cùng nằm trong một mặt phẳng. Gọi I và H lần lượt là trung điểm của SA và AB. Trên đoạn SC, ta lấy điểm K sao cho $CK = 3KS$.

a) Tìm giao điểm của đường thẳng BC với (IHK) .

b) Gọi M là trung điểm của đoạn IH. Tìm giao điểm của đường thẳng KM với (ABC) .

BÀI 23 : Cho hình chót tam giác SABC. Gọi M $\in \Delta ABC$ và I $\in \Delta SAB$.

a) Tìm $BC \cap (SAM)$.

b) Giả sử MI cắt (SBC) tại E, xác định giao điểm E này.

BÀI 24 : Cho tứ diện ABCD. M và N là hai điểm lần lượt trên AC và AD. O là một điểm bên trong ΔBCD . Tìm giao điểm của MN và (ABO) ; AO và (BMN) .

BÀI 25 : Cho I, J lần lượt là hai điểm nằm bên trong ΔABC và ΔABD của tứ diện ABCD. M là một điểm tùy ý trên CD. Tìm giao điểm của IJ và (ABM) .

BÀI 26 : Cho hình chót S.ABCD. Gọi M, N tương ứng là các điểm thuộc SC, BC. Tìm giao điểm của SD và (AMN) .

BÀI 27 : Cho hình bình hành ABCD tâm O nằm trong mặt phẳng (P) và một điểm S nằm ngoài (P). Gọi M là điểm nằm giữa S và A, N là điểm nằm giữa S và B.

a) Tìm giao điểm của đường thẳng SO với (CMN) .

b) Tìm giao điểm của đường thẳng SD với (CMN) .

BÀI 28 : Cho tứ giác ABCD nằm trong $mp(\alpha)$ có hai cạnh AB và CD không song song. Gọi S là một điểm nằm ngoài $mp(\alpha)$ và M là trung điểm đoạn thẳng SC.

a) Tìm $N = SD \cap (MAB)$.

b) Gọi O = AC \cap BD. Chứng minh ba đường thẳng SO, AM và BN đồng quy.

BÀI 29 : Cho hình chót S.ABCD có đáy là một hình bình hành, O là tâm của đáy. M, N lần lượt là trung điểm của SA, SC. Gọi (P) là mặt phẳng qua M, N và B.

a) Tìm giao điểm K của SD và mặt phẳng (P).

b) Xác định các giao điểm E, F của DA, DC với $mp(P)$ và chứng tỏ rằng ba điểm E, B, F thẳng hàng.

BÀI 30 : Cho hình thang ABCD ($AB//CD$) có $AB = 2 \cdot CD$. Điểm S $\notin (ABCD)$. Gọi M là trung điểm SB.

a) Tìm $(SAD) \cap (SBC)$.

b) Tìm giao điểm N của SC và (AMD) và chứng minh rằng $SN = 2 \cdot NC$

c) Tìm $DM \cap (SAC)$ và $(CDM) \cap (SAB)$.

BÀI 31 : Cho hình chót S.ABCD có đáy ABCD là hình bình hành tâm O và M là trung điểm của SC.

a) Tìm $mp(SAC) \cap mp(SBD)$.

b) Tìm giao điểm I của AM và (SBD). Chứng minh $IA = 2IM$.

c) Tìm giao điểm F = SD \cap (ABM). Chứng minh F là trung điểm của SD và ABMF là một hình thang.

d) Gọi N là một điểm tùy ý lấy trên cạnh AB. Tìm giao điểm của đường thẳng MN với (SBD).

BÀI 32 : Cho tứ diện ABCD. Trên cạnh AB lấy điểm I và lấy các điểm J, K lần lượt là điểm thuộc miền trong các ΔABC và ΔACD . Gọi T là giao điểm của JK với (ABC).

a) Hãy xác định điểm T.

b) Tìm giao tuyến của (IJK) với các mặt của tứ diện ABCD.

BÀI 33 : Cho tứ diện ABCD. Trên đoạn AB lấy điểm I, trong tam giác BCD lấy điểm J và trong tam giác ACD lấy điểm K. Tìm giao điểm của CD và AD với mặt phẳng (IJK).

BÀI 34 : Gọi M, N là những điểm bất kỳ nằm trong mặt (BCD), (ACD) của tứ diện ABCD. Xác định giao điểm P, Q của đường thẳng MN với hai mặt phẳng (ABC), (ABD).

BÀI 35 : Cho hình chót S.ABCD có đáy là hình thang, cạnh đáy lớn AB. Gọi I, J, K là ba điểm trên SA, AB, BC. Tìm giao điểm của IK với (SBD); SD với (IJK).

BÀI 36 : Cho hình chót SABCD với đáy là hình thoi ABCD, $AC \cap BD = O$. Lấy $M \in SD$ và $N \in (ABCD)$.

a) Tìm giao tuyến $mp(SAB) \cap mp(SMN)$.

b) Lấy $P \in SB$. Tìm giao điểm của $mp(AMP)$ và SC tại Q.

c) $MP \cap AQ = E$. Chứng minh S, E, O thẳng hàng (Giả sử ở đây không có sự song song)

III. THIẾT DIỆN CỦA HÌNH CHÓP

BÀI 37 : Cho tứ diện ABCD. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AC và BC, P là điểm trên cạnh BD sao cho $PB = 3 \cdot PD$. Xác định thiết diện của tứ diện ABCD và (MNP).

BÀI 38 : Hình chót S.ABCD có đáy ABCD là một hình bình hành. Gọi H, K lần lượt là trung điểm của các cạnh CB, CD. M là điểm bất kỳ trên cạnh SA. Tìm thiết diện của hình chót với (MHK).

BÀI 39 : Cho hình chót tứ giác S.ABCD, điểm $M \in \Delta SCD$. Tìm thiết diện của (ABM) với hình chót.

BÀI 40 : Cho hình chót tứ giác S.ABCD. Trong ΔSBC lấy điểm M, trong ΔSCD lấy điểm N. Tìm thiết diện của hình chót S.ABCD và mặt phẳng (AMN).

BÀI 41 : Cho hình chót đỉnh S có đáy là hình thang ABCD với AB là đáy lớn. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của các cạnh SB và SC. Tìm thiết diện của hình chót S.ABCD với (AMN).

BÀI 42 : Cho hình chót ABCD. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AB và CD, P là điểm trên cạnh AD sao cho $AP > PD$. Hãy tìm thiết diện của hình chót ABCD khi cắt bởi mặt phẳng (MNP).

IV. TỈ SỐ CỦA HAI ĐOẠN THẲNG

BÀI 43 : Cho hình chót S.ABCD, ABCD là tứ giác có các cặp cạnh đối không song song nhau. Gọi M, E là trung điểm SA, AC; F \in CD sao cho $CF = \frac{1}{3}CD$

a) Tìm giao tuyến của (SAB) và (SCD).

b) Tìm giao điểm N của SD và (MEF). Tính $\frac{NS}{ND}$.

c) Gọi H = SE \cap CM; K = MF \cap NE. Chứng minh ba điểm D, H, K thẳng hàng.

d) Tính các tỉ số sau: $\frac{HM}{HC}$; $\frac{HS}{HE}$; $\frac{KM}{KF}$; $\frac{KN}{KE}$; $\frac{KH}{KD}$.

BÀI 44 : Cho tứ diện ABCD. Trên các cạnh AB, AC, BD lần lượt lấy ba điểm E, F, G sao cho $\frac{AE}{AB} = \frac{1}{3}$; $\frac{AF}{AC} = \frac{1}{2}$; $\frac{DG}{DB} = \frac{1}{4}$.

a) Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (EFG) và (BCD).

b) Tìm giao điểm H của đường thẳng CD với mặt phẳng (EFG). Tính tỉ số $\frac{HC}{HD}$.

c) Tìm giao điểm I của đường thẳng AD với mặt phẳng (EFG). Tính tỉ số $\frac{IA}{ID}$.

d) Chứng minh ba điểm F, H, I thẳng hàng.

e) Gọi J là trung điểm của BC, AJ cắt EF tại K. Tính tỉ số $\frac{AK}{AJ}$.

V. KHỐI LĂNG TRỤ ĐÚNG

BÀI 45 : Cho hình lăng trụ đứng ABC.A'B'C'.

a) Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (AB'C') và (BA'C').

b) Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AA' và BC. Tìm giao điểm của B'C' với mặt phẳng (AA'N) và giao điểm của MN với (AB'C').

BÀI 46 : Cho hình lăng trụ đứng ABC.A'B'C' có đáy là tam giác đều cạnh a. Các mặt bên ABB'A', ACC'A' là hình vuông có tâm lần lượt là I và J. Gọi O là tâm đường tròn tam giác ABC.

a) Chứng minh IJ song song với (ABC).

b) Xác định thiết diện của lăng trụ với mặt phẳng (IJO).

VI. KHỐI LĂNG TRỤ XIÊN

BÀI 47 : Cho hình lăng trụ ABC.A'B'C'.

a) Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (AB'C') và (BA'C').

b) Gọi M, N lần lượt là hai điểm bất kỳ trên AA' và BC. Tìm giao điểm của B'C' với mặt phẳng (AA'N) và giao điểm của MN với (AB'C').

BÀI 48 : Cho hình lăng trụ ABC.A'B'C'. Gọi M, M' lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, B'C'.

a) Chứng minh AM song song với A'M'.

b) Tìm giao điểm của đường thẳng A'M và mặt phẳng (AB'C').

c) Tìm giao tuyến d của hai mặt phẳng (AB'C') và (BA'C').

d) Tìm giao điểm G của đường thẳng d với mặt phẳng (AM'M). Chứng minh G là trọng tâm của $\Delta AB'C'$.

BÀI 49 : Cho hình lăng trụ tam giác ABC.A'B'C'. Gọi H là trung điểm của A'B'.

a) Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (AB'C') và (ABC).

b) Chứng minh rằng CB' song song với (AHC').

BÀI 50 : Cho hình lăng trụ ABC.A'B'C'.

a) Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (AB'C') và (BA'C').

b) Gọi M, N lần lượt là hai điểm bất kỳ trên AA' và BC. Tìm giao điểm của B'C' với mặt phẳng (AA'N) và giao điểm của MN với (AB'C').

VII. HÌNH HỘP

BÀI 52 : Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D'. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của AA', AD, DC. Tìm thiết diện tạo bởi mặt phẳng đi qua ba điểm M, N, P với hình lập phương.

BÀI 53 : Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D'. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của DC, AD, BB'. Tìm thiết diện tạo bởi mặt phẳng (MNP) với hình hộp và giao tuyến của (MNP) với (A'B'C'D').

CHƯƠNG II : ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẲNG TRONG KHÔNG GIAN – QUAN HỆ SONG SONG

§1. ĐẠI CƯƠNG VỀ ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẲNG

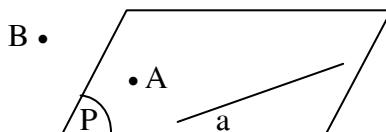
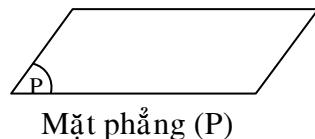
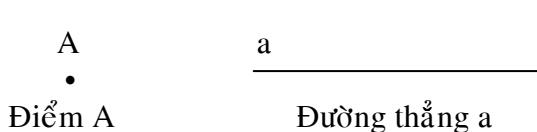
GVBM : ĐOÀN NGỌC DŨNG

I. MỞ ĐẦU VỀ HÌNH HỌC KHÔNG GIAN

1) *Mặt phẳng*

- _ Mặt hồ nước yên lặng, mặt bảng, trang giấy... cho ta hình ảnh của một phần mặt phẳng.
- _ Để biểu diễn cho một phần của mặt phẳng người ta thường vẽ một hình bình hành.
- _ Để ký hiệu mặt phẳng người ta dùng 1 chữ cái đặt trong dấu ngoặc () : mặt phẳng (P) hoặc mp(ABC) hoặc có thể đơn giản là (P).

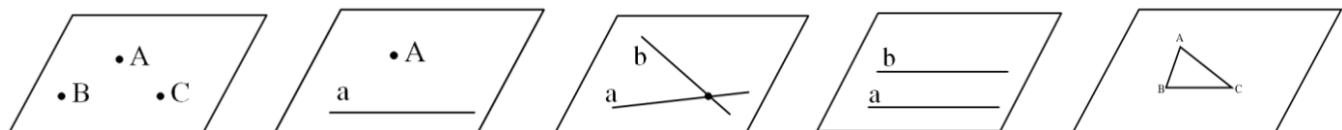
2) *Tương quan cơ bản giữa điểm, đường thẳng, mặt phẳng*



3) *Cách xác định mặt phẳng*

Một mặt phẳng được xác định khi biết một trong các yếu tố sau :

- 1) Ba điểm không thẳng hàng.
- 2) Một điểm và một đường thẳng không đi qua điểm ấy.
- 3) Hai đường thẳng cắt nhau.
- 4) Hai đường thẳng song song.
- 5) Mọi hình phẳng.



II. CÁC TÍNH CHẤT THỪA NHẬN CỦA HÌNH HỌC KHÔNG GIAN

1) *Các tính chất thừa nhận của hình học không gian*

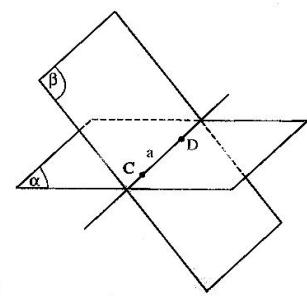
- a) Tính chất 1 : Có một và chỉ một đường thẳng đi qua hai điểm phân biệt cho trước.
- b) Tính chất 2 : Có một và chỉ một mặt phẳng đi qua ba điểm không thẳng hàng cho trước.
- c) Tính chất 3 : Tồn tại bốn điểm không cùng nằm trên một mặt phẳng.
- d) Tính chất 4 : Nếu hai mặt phẳng phân biệt có một điểm chung thì chúng có một đường thẳng chung duy nhất chứa tất cả các điểm chung của hai mặt phẳng đó.
- e) Tính chất 5 : Trong mỗi mặt phẳng, các kết quả đã biết của hình học phẳng đều đúng.

2) *Một số định lý của hình học không gian*

a) Định lý 1 : (Giao tuyến của hai mặt phẳng)

Nếu hai mặt phẳng phân biệt có một điểm chung thì chúng có một đường thẳng chung duy nhất chứa tất cả các điểm chung của hai mặt phẳng đó.

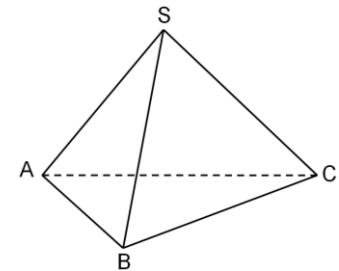
b) Định lý 2 : Nếu một đường thẳng đi qua hai điểm phân biệt của một mặt phẳng thì mọi điểm của đường thẳng đều nằm trong mặt phẳng đó.



$$mp(\alpha) \cap mp(\beta) = a$$

III. QUY TẮC BIỂU ĐIỂN VỀ HÌNH KHÔNG GIAN

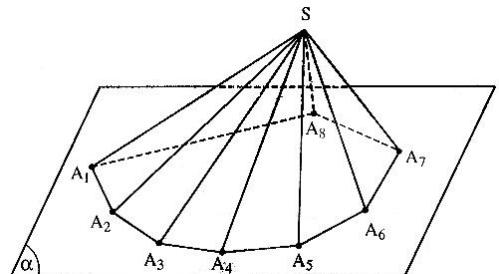
- Hình biểu diễn của đường thẳng là đường thẳng, của đoạn thẳng là đoạn thẳng.
- Hình biểu diễn của hai đường thẳng song song là hai đường thẳng song song, của hai đường thẳng cắt nhau là hai đường thẳng cắt nhau
- Hình biểu diễn phải giữ nguyên quan hệ thuộc giữa điểm và đường thẳng.
- Dùng nét vẽ liền để biểu diễn cho đường nhìn thấy và nét đứt đoạn biểu diễn cho đường bị che khuất.



IV. HÌNH CHÓP

1) Định nghĩa

Cho hình chóp $S.A_1A_2A_3...A_n$ thì cần hiểu rằng đa giác $A_1A_2A_3...A_n$ nằm trong mặt phẳng (P) và điểm S không thuộc mặt phẳng (P).



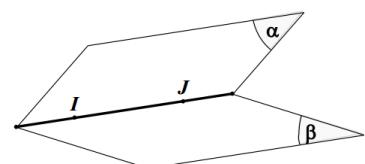
- Điểm S gọi là đỉnh của hình chóp.
- Đa giác $A_1A_2A_3...A_n$ gọi là đáy của hình chóp.
- Các tam giác $SA_1A_2, SA_2A_3, \dots, SA_nA_1$ gọi là các mặt bên của hình chóp.

• Chú ý :

- Hình chóp có bốn mặt đều là những tam giác gọi là hình tứ diện.
- Tứ diện có tất cả các cạnh bằng nhau gọi là tứ diện đều.
- Tứ diện gần đều là tứ diện có các cạnh đối diện bằng nhau.
- Thiết diện của một hình chóp cắt bởi một mặt phẳng, tùy thuộc vào vị trí của mặt cắt, nhìn chung là một đa giác.

IV. MỘT VÀI DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP

1) Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng: Muốn tìm giao tuyến của hai mặt phẳng ta chỉ cần tìm hai điểm chung phân biệt của chúng và vẽ đường thẳng đi qua hai điểm đó.

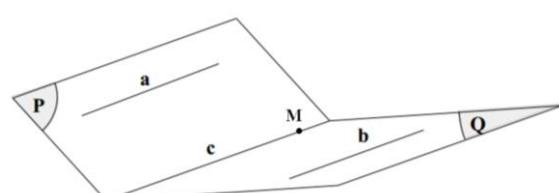


• Cách thể: Muốn tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (α) và (β), ta đi tìm hai điểm chung phân biệt I, J của hai mặt phẳng. Đường nối IJ chính là giao tuyến của hai mặt phẳng.

• Cách khác : Giao tuyến theo phương

Nếu hai mặt phẳng (α) và (β) có một điểm chung M và lần lượt chứa hai đường thẳng song song a và b thì giao tuyến của (α) và (β) là đường thẳng c đi qua M và song song với a và b .

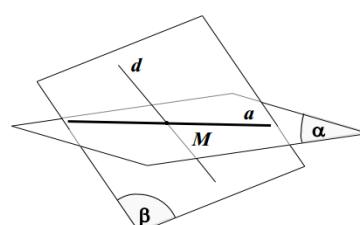
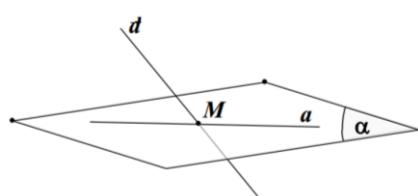
$$\begin{cases} a // b \\ a \subset mp(\alpha) \\ b \subset mp(\beta) \\ M \in mp(\alpha) \cap mp(\beta) \end{cases} \Rightarrow mp(\alpha) \cap mp(\beta) = Mt // a // b$$



2) Tìm giao điểm của một đường thẳng và một mặt phẳng :

– Muốn tìm giao điểm của đường thẳng d với mặt phẳng (α), ta tìm giao điểm của đường thẳng d với một đường thẳng a nằm trong mặt phẳng (α).

– Nếu đường thẳng a chưa có sẵn trên hình vẽ thì ta tìm mặt phẳng (β) chứa đường thẳng d và cắt mặt phẳng (α) rồi xác định giao tuyến a của mặt phẳng (α) và mặt phẳng (β). Khi đó giao điểm I của d và a là giao điểm của d và mặt phẳng (α).



3) Chứng minh nhiều điểm thẳng hàng :

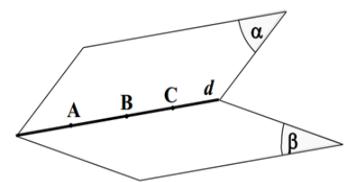
Muốn chứng minh nhiều điểm thẳng hàng, ta chứng minh chúng cùng là điểm chung của hai mặt phẳng phân biệt, rồi kết luận chúng thẳng hàng trên giao tuyến của hai mặt phẳng đó.

▪ Cu thể: Muốn chứng minh 3 điểm A, B, C thẳng hàng, ta chứng minh:

Nếu được 3 điểm A, B, C thuộc mặt phẳng (α).

Nếu được 3 điểm A, B, C thuộc mặt phẳng (β).

Kết luận $A, B, C \in mp(\alpha) \cap mp(\beta) \Rightarrow A, B, C$ thẳng hàng.



4) Chứng minh 3 đường thẳng đồng quy :

_ Muốn chứng minh 3 đường thẳng đồng quy, ta chứng minh chúng không đồng phẳng và đôi một cắt nhau.

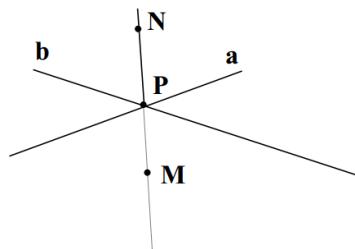
_ Hoặc tìm giao điểm I của hai trong 3 đường thẳng đã cho, sau đó chứng minh đường thẳng còn lại cũng qua I.

▪ Cu thể: Muốn chứng minh 3 đường thẳng a, b, MN đồng quy, ta chứng minh:

Tìm được P là giao điểm của đường thẳng a và đường thẳng b.

Chứng minh M, N, P thẳng hàng.

Kết luận MN, A, B đồng quy tại P.



5) Tìm thiết diện của hình chóp cắt bởi một mặt phẳng :

Muốn tìm thiết diện của hình chóp cắt bởi một mặt phẳng, ta tìm các đoạn giao tuyến của mặt phẳng với các mặt bên và đáy của hình chóp. Đa giác giới hạn bởi các đoạn giao tuyến này chính là thiết diện cần tìm.

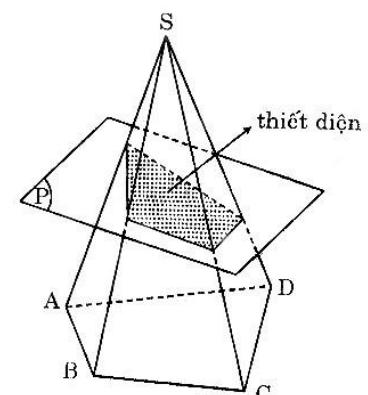
6) Khi tính tỉ số hai đoạn thẳng, ta nhớ :

1) Tính chất trọng tâm của tam giác.

2) Đường trung bình của tam giác (bằng cách : lấy trung điểm và vẽ song song).

3) Áp dụng định lý Ta-Lét.

4) Chứng minh tam giác đồng dạng để suy ra tỉ số các đoạn, tam giác bằng nhau để suy ra hai đoạn bằng nhau.



V. HÌNH CHÓP

1) Dinh nghia: Cho hình chóp S.A₁A₂A₃...A_n thì cần hiểu rằng đa giác A₁A₂A₃...A_n nằm trong mặt phẳng (P) và điểm S không thuộc mặt phẳng (P).

▪ Điểm S gọi là đỉnh của hình chóp.

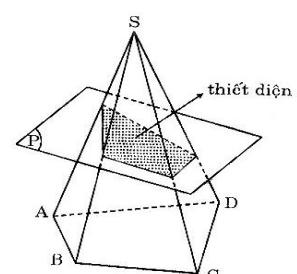
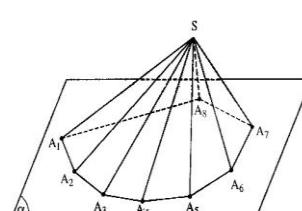
▪ Đa giác A₁A₂A₃...A_n gọi là đáy của hình chóp.

▪ Các tam giác SA₁A₂, SA₂A₃, ..., SA_nA₁ gọi là các mặt bên của hình chóp.

• Hình chóp đều là hình chóp có đáy là một đa giác đều và các cạnh bên bằng nhau.

• Hình chóp tam giác đều có đáy là tam giác đều, các mặt bên là các tam giác cân bằng nhau và các cạnh bên bằng nhau.

• Hình chóp tứ giác đều có đáy là hình vuông, các mặt bên là các tam giác cân bằng nhau và các cạnh bên bằng nhau.



2) Dinh ly : Thể tích của một khối chóp bằng một phần ba tích số của diện tích mặt đáy và chiều cao của khối chóp.

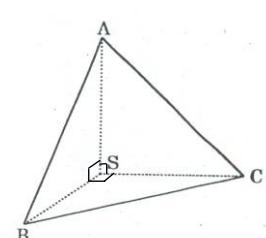
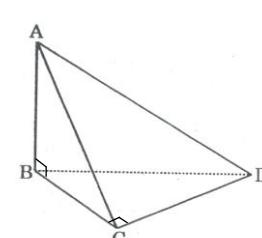
$$V = \frac{1}{3} S_{\text{đáy}} \cdot h$$

hay

$$V = \frac{1}{3} B \cdot h$$

S_{đáy} (hay B) : diện tích mặt đáy.

h : chiều cao khối chóp (khoảng cách từ đỉnh đến mặt đáy)



II. HÌNH LĂNG TRỤ

1) Các yếu tố của hình lăng trụ : $A_1A_2A_3A_4A_5.A'_1A'_2A'_3A'_4A'_5$.

- **Đáy :** $A_1A_2A_3A_4A_5 ; A'_1A'_2A'_3A'_4A'_5$.

- **Mặt bên :** $A_1A_2A'_2A'_1, \dots$ là hình bình hành.

- **Cạnh bên :** $A_1A'_1, A_2A'_2, \dots$ song song và bằng nhau.

- Ta nói : Lăng trụ tam giác nếu đáy là tam giác, Lăng trụ tứ giác nếu đáy là tứ giác, ...

- Khối lăng trụ có mặt bên là hình bình hành, các cạnh bên song song và bằng nhau.

- Khối lăng trụ đứng là lăng trụ có cạnh bên vuông góc với đáy. Do đó, trong lăng trụ đứng thì cạnh bên cũng là chiều cao và các mặt bên là những hình chữ nhật nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy.

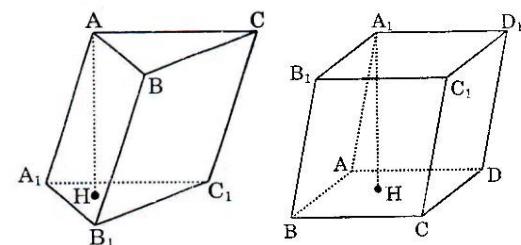
- Khối lăng trụ đều là lăng trụ đứng có đáy là đa giác đều. Trong lăng trụ đều thì các mặt bên là những hình chữ nhật bằng nhau.

▪ **Chú ý :** Nhớ rằng :

- “Cho khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng $a...$ ” thì hiểu đây là hình lăng trụ đứng có đáy là tam giác đều cạnh bằng a .

- “Cho khối lăng trụ tứ giác đều $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh đáy bằng $a...$ ” thì hiểu đây là hình lăng trụ đứng có đáy là hình vuông cạnh bằng a .

- Còn nếu “Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $a ...$ ” thì hiểu đây chỉ là hình lăng trụ xiên có đáy là tam giác đều cạnh a .



Định nghĩa	Tính chất	Hình minh họa
<ul style="list-style-type: none"> ▪ Hình lăng trụ đứng là hình lăng trụ có cạnh bên vuông góc với mặt đáy. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Các mặt bên hình lăng trụ đứng là hình chữ nhật. ▪ Các mặt bên hình lăng trụ đứng vuông góc với mặt đáy. ▪ Chiều cao là cạnh bên. 	
<ul style="list-style-type: none"> ▪ Hình lăng trụ đều là hình lăng trụ đứng có đáy là đa giác đều. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Các mặt bên của hình lăng trụ đều là các hình chữ nhật bằng nhau. ▪ Chiều cao là cạnh bên. 	

2) Thể tích của khối lăng trụ bằng tích số của diện tích mặt đáy và chiều cao của khối lăng trụ đó.

$$V = S_{\text{đáy}} \cdot h$$

hay $V = B \cdot h$

$S_{\text{đáy}}$ (hay B) : diện tích mặt đáy.

h : chiều cao khối lăng trụ (khoảng cách giữa hai đáy)

III. HÌNH HỘP

1) Hình hộp là hình lăng trụ tứ giác có đáy là hình bình hành.

2) Các yếu tố của hình hộp :

- Có 6 mặt đều là hình bình hành trong đó có 3 cặp mặt đối diện bằng nhau có thể chọn làm đáy.

- Có 8 đỉnh và 12 cạnh chia làm 3 nhóm, mỗi nhóm 4 cạnh song song và bằng nhau.

- Có 4 đường chéo : AC' , $A'C$, BD' , $B'D$ đồng quy tại O là trung điểm của mỗi đoạn. Điểm O gọi là tâm hình hộp.

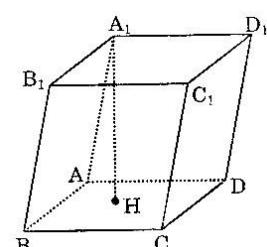
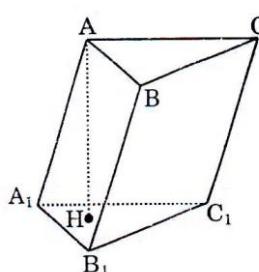
▪ **Chú ý :**

- Hình hộp đứng là hình hộp có cạnh bên vuông góc với đáy.

- Hình hộp chữ nhật là hình hộp đứng có đáy là hình chữ nhật.

- Hình lập phương là hình hộp chữ nhật có ba kích thước bằng nhau.

3) Thể tích của khối hộp chữ nhật bằng tích số ba kích thước.



$$V = a \cdot b \cdot c$$

