

**VECTO**  
**GVBM : ĐOÀN NGỌC DŨNG**

**§1. CÁC ĐỊNH NGHĨA**

**BÀI 1.1 :** Hãy tính số các vectơ (khác nhau và khác  $\vec{0}$ ) nhiều nhất có thể có được với số các điểm đầu và điểm cuối được cho trong trường hợp :

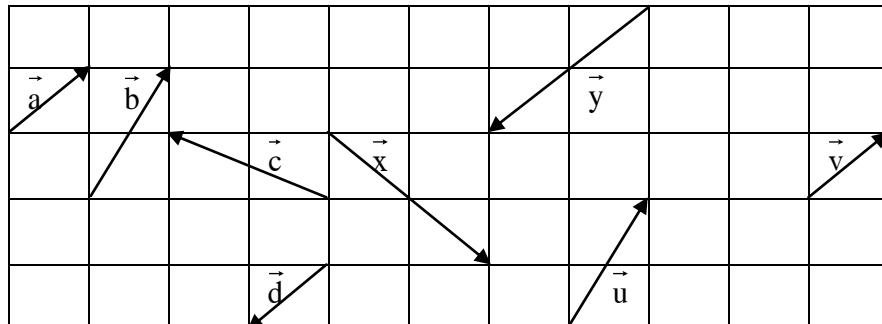
- 1) hai điểm.                    2) ba điểm.                    3) bốn điểm.

**BÀI 1.2 :** Hãy tính số các vectơ khác nhau (khác  $\vec{0}$ ) nhiều nhất có thể có được với số điểm đầu và điểm cuối được cho bởi n điểm ( $n \in \mathbb{N}$  và  $n \geq 2$ ).

**BÀI 1.3 :** (SGK) Các khẳng định sau đây đúng hay sai ?

- 1) Hai vectơ cùng phương với một vectơ thứ ba thì cùng phương.
- 2) Hai vectơ cùng phương với một vectơ thứ ba khác  $\vec{0}$  thì cùng phương.
- 3) Hai vectơ cùng hướng với một vectơ thứ ba thì cùng hướng.
- 4) Hai vectơ cùng hướng với một vectơ thứ ba khác  $\vec{0}$  thì cùng hướng.
- 5) Hai vectơ ngược hướng với một vectơ khác  $\vec{0}$  thì cùng hướng.
- 6) Điều kiện cần và đủ để hai vectơ bằng nhau là chúng có cùng độ dài bằng nhau.

**BÀI 1.4 :** (SGK) Trong hình vẽ dưới đây hãy chỉ ra các vectơ cùng phương, cùng hướng, ngược hướng và các vectơ bằng nhau :



**BÀI 1.5 :** Cho  $\Delta ABC$  đều, các đẳng thức sau đây đúng hay sai ? Giải thích.

- 1)  $\vec{AB} = \vec{BC}$                     2)  $\vec{AB} = -\vec{AC}$                     3)  $|\vec{AB}| = |\vec{BC}| = |\vec{CA}|$ .

**BÀI 1.6 :** (SGK) Gọi C là trung điểm của đoạn thẳng AB. Các khẳng định sau đây đúng hay sai ?

- 1)  $\vec{AC}$  và  $\vec{BC}$  cùng hướng.
- 2)  $\vec{AC}$  và  $\vec{AB}$  cùng hướng.
- 3)  $\vec{AB}$  và  $\vec{BC}$  ngược hướng.
- 4)  $|\vec{AB}| = |\vec{BC}|$
- 5)  $|\vec{AC}| = |\vec{BC}|$
- 6)  $|\vec{AB}| = 2|\vec{BC}|$

**BÀI 1.7 :** Cho hình bình hành ABCD. Hãy chỉ ra các vectơ khác  $\vec{0}$  có điểm đầu và cuối là 2 trong 4 điểm A, B, C, D. Trong số đó hãy chỉ ra :

- 1) các vectơ cùng phương.
- 2) các vectơ cùng hướng.
- 3) các vectơ ngược hướng.
- 4) các vectơ có cùng độ dài.
- 5) các vectơ bằng nhau.
- 6) các vectơ đối nhau.

**BÀI 1.8 :** Cho hai hình bình hành ABCD và ABFE. Dựng các vectơ  $\vec{EH}$  và  $\vec{FG}$  bằng vectơ  $\vec{AD}$ . Chứng minh rằng CDGH là hình bình hành.

**BÀI 1.9 :** Cho tứ giác ABCD, các điểm M, N, P, Q lần lượt là các trung điểm của AB, BC, CD, DA. Gọi O là giao điểm của MP và QN. Chứng minh rằng :  $\vec{MO} = \vec{OP}$  và  $\vec{QO} = \vec{ON}$ .

**BÀI 1.10 :** (SGK) Tứ giác ABCD là hình gì nếu  $\vec{AB} = \vec{DC}$  và  $|\vec{AB}| = |\vec{BC}|$

**§2. TỔNG CỦA HAI VECTO – HIỆU CỦA HAI VECTO**

**BÀI 2.1 :**

1) Cho 4 điểm A, B, C, D. Chứng minh :

a)  $\vec{AB} + \vec{CD} = \vec{AD} + \vec{CB}$                     b)  $\vec{BC} + \vec{AB} = \vec{DC} + \vec{AD}$                     c)  $\vec{AB} - \vec{CD} = \vec{AC} - \vec{BD}$

2) Cho 5 điểm A, B, C, D, E. Chứng minh :

a)  $\vec{AB} + \vec{CD} + \vec{EA} = \vec{CB} + \vec{ED}$                     b)  $\vec{AC} + \vec{DE} - \vec{DC} - \vec{CE} + \vec{CB} = \vec{AB}$



## ĐÔ DÀI VECTƠ

**BÀI 3.10 :** Cho hình vuông ABCD tâm O, cạnh a. Hãy tính :

$$1) |\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD}| \quad 2) |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}| \quad 3) |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| \quad 4) |\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}|$$

**BÀI 3.11 :** Cho hình chữ nhật ABCD có  $AB = 5$  và  $AD = 7$ . Hãy tính:  $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}|$ ;  $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}|$ ;  $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CB}|$

**BÀI 3.12 :** (SGK) Cho tam giác vuông cân OAB với  $OA = OB = a$ . Hãy dựng các vectơ sau đây và tính độ dài của chúng :  $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$  ;  $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}$  ;  $3\overrightarrow{OA} + 4\overrightarrow{OB}$  ;  $\frac{21}{4}\overrightarrow{OA} + 2,5\overrightarrow{OB}$  ;  $\frac{11}{4}\overrightarrow{OA} - \frac{3}{7}\overrightarrow{OB}$

**BÀI 3.13 :** Cho tam giác ABC đều có tâm O, cạnh a. Gọi M, N, P là trung điểm của AB, AC, BC.

- 1) Tính  $|\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}|$  theo a.  
 2) Tìm các vectơ có độ dài bằng  $|\overrightarrow{BN}|$ .  
 3) Chứng minh rằng:  $\overrightarrow{NA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{PC} = \vec{0}$   
 4) Tính:  $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{MP} + \overrightarrow{MC}|$

**BÀI 3.14 :** Cho  $\Delta ABC$  đều cạnh a. Gọi M, N là trung điểm của AB, AC.

- 1) Tìm các vectơ có độ dài bằng  $|\overrightarrow{MN}|$   
 2) Tìm các vectơ đối của  $\overrightarrow{AM}$ .  
 3) Vẽ  $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$  và tính  $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}|$   
 4) MD cắt BC tại I. Tính  $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AI}|$

**BÀI 3.15 :** Cho hình thoi ABCD có cạnh a và góc  $A = 120^\circ$ , tâm O. Gọi M, N là trung điểm của AB, CD.

- 1) Tìm các vectơ có độ dài bằng  $|\overrightarrow{CM}|$
  - 2) CM và AN cắt BD tại I và J. Chứng minh:  $\overrightarrow{BI} = \overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{JD}$  và  $\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{JA}$
  - 3) Tính độ dài  $|\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IC}|$ ;  $|\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB}|$ ;  $|\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID}|$ .

#### **□ XÁC ĐỊNH MỘT ĐIỂM THỎA MÔT ĐẲNG THỨC VECTƠ CHO TRƯỚC**

**BÀI 3.16 :** Cho  $\Delta ABC$ . Hãy dựng các điểm N, M, I, J, K, R biết rằng :

$$\begin{array}{lll} 1) \overrightarrow{NA} + 2\overrightarrow{NB} = \overrightarrow{CB} & 2) \overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0} & 3) 3\overrightarrow{IA} + 5\overrightarrow{IB} = \vec{0} \\ 4) \overrightarrow{JA} - 3\overrightarrow{JB} + 5\overrightarrow{JC} = \vec{0} & 5) \overrightarrow{KA} + \overrightarrow{KB} + \overrightarrow{KC} = 2\overrightarrow{BC} & 6) \overrightarrow{RA} - \overrightarrow{RB} + 2\overrightarrow{RC} = \vec{0} \end{array}$$

**BÀI 3.17** : Cho  $\Delta ABC$ . Hãy dựng :

- 1) điểm M thỏa  $\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB} = \vec{0}$   
 2) điểm N thỏa  $\overrightarrow{NA} - \overrightarrow{NB} - 2\overrightarrow{NC} = \vec{0}$   
 3) điểm P thỏa  $\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PC} = \overrightarrow{BC}$   
 4) điểm Q thỏa  $2\overrightarrow{QA} - \overrightarrow{QB} + 3\overrightarrow{QC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$

**BÀI 3.18 :** Cho hình bình hành ABCD tâm O. Xác định điểm M sao cho :

- $$1) \overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{AD}. \quad 2) \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 4\overrightarrow{MD}.$$

**BÀI 3.19 :** (SGK) Cho  $\Delta ABC$ .

- 1) Hãy tìm các điểm M, N sao cho :  $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$  và  $2\overrightarrow{NA} + \overrightarrow{NB} + \overrightarrow{NC} = \vec{0}$   
 2) Với các điểm M, N ở câu trên, tìm các số p và q sao cho :  $\overrightarrow{MN} = p\overrightarrow{AB} + q\overrightarrow{AC}$

### **□ TÍNH MỘT VECTƠ THEO CÁC VECTƠ KHÁC**

**BÀI 3.20 :** (SGK) Cho tam giác OAB. Gọi M, N lần lượt là trung điểm hai cạnh OA và OB. Hãy tìm các số m và n thích hợp trong mỗi đẳng thức sau đây :

$$\begin{aligned} 1) \quad & \overrightarrow{OM} = m\overrightarrow{OA} + n\overrightarrow{OB} \\ 3) \quad & \overrightarrow{AN} = m\overrightarrow{OA} + n\overrightarrow{OB} \\ 2) \quad & \overrightarrow{MN} = m\overrightarrow{OA} + n\overrightarrow{OB} \\ 4) \quad & \overrightarrow{MB} = m\overrightarrow{OA} + n\overrightarrow{OB} \end{aligned}$$

### **BÀI 3.21 :**

1) Cho AK và BM là hai trung tuyến của  $\Delta ABC$ .

Hãy phân tích các vecto  $\overrightarrow{AB}$ ,  $\overrightarrow{BC}$ ,  $\overrightarrow{CA}$  theo hai vecto  $\vec{u} = \overrightarrow{AK}$ ,  $\vec{v} = \overrightarrow{BM}$

2) Gọi G là trọng tâm của  $\Delta ABC$ . Đặt  $\vec{a} = \overrightarrow{GA}$  và  $\vec{b} = \overrightarrow{GB}$ .

Hãy biểu thi mỗi vecto  $\overrightarrow{AB}$ ,  $\overrightarrow{GC}$ ,  $\overrightarrow{BC}$ ,  $\overrightarrow{CA}$  qua các vecto  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$ .

**BÀI 3.22 :** Trên đường thẳng chứa cạnh BC của  $\triangle ABC$  lấy một điểm M sao cho  $\overrightarrow{MB} = 3\overrightarrow{MC}$ .

Hãy phân tích vectơ  $\overrightarrow{AM}$  theo hai vectơ  $\vec{u} \equiv \overrightarrow{AB}$  và  $\vec{v} \equiv \overrightarrow{AC}$ .

**BÀI 3.23 :** (SGK) Cho đoạn thẳng AB và điểm I sao cho  $2\vec{IA} + 3\vec{IB} = \vec{0}$ .

1) Tìm số  $k$  sao cho  $\vec{AI} = k\vec{AB}$

2) Chứng minh rằng với mọi điểm  $M$ , ta có :  $\vec{MI} = \frac{2}{5}\vec{MA} + \frac{3}{5}\vec{MB}$

### BÀI 3.24 :

1) Cho  $\Delta ABC$ . Trên đoạn  $BC$  lấy điểm  $D$  sao cho  $5.BD = 7.DC$ . Chứng minh rằng :  $\vec{AD} = \frac{5}{12}\vec{AB} + \frac{7}{12}\vec{AC}$

2) Cho  $\Delta ABC$ , điểm  $M$  nằm trên cạnh  $BC$  sao cho  $MB = 2.MC$ . Chứng minh :  $\vec{AM} = \frac{1}{3}\vec{AB} + \frac{2}{3}\vec{AC}$ .

**BÀI 3.25 :** Cho hình bình hành  $ABCD$ . Lấy  $M \in BC$  sao cho  $MB = 3.MC$ . Gọi  $N$  là trung điểm của  $CD$ .

1) Chứng minh rằng :  $\vec{AM} = \frac{1}{4}\vec{AB} + \frac{3}{4}\vec{AC}$       2) Tính  $\vec{AN}$ ,  $\vec{MN}$  theo  $\vec{AB}$ ,  $\vec{AC}$ .

### □ CHỨNG MINH 3 ĐIỂM THẲNG HÀNG

**BÀI 3.26 :** Cho 4 điểm  $A, B, C, M$  thỏa mãn :  $\vec{MA} + 2\vec{MB} - 3\vec{MC} = \vec{0}$ . Chứng minh  $A, B, C$  thẳng hàng.

**BÀI 3.27 :** Cho tam giác  $ABC$  và hai điểm  $M, N$  định bởi :  $\vec{MA} - 3\vec{MB} = \vec{0}$ ;  $\vec{NA} + 3\vec{NC} = \vec{0}$

1) Phân tích  $\vec{MN}$  theo  $\vec{AB}$  và  $\vec{AC}$ .      2) Chứng minh  $M, N$  thẳng hàng với trung điểm  $I$  của  $BC$ .

**BÀI 3.28 :** Cho tam giác  $ABC$  và hai điểm  $P, Q$  định bởi :  $\vec{PA} + 3\vec{PC} = \vec{0}$ ;  $\vec{QA} + 2\vec{QB} + 3\vec{QC} = \vec{0}$ . Chứng minh  $B, P, Q$  thẳng hàng.

**BÀI 3.29 :** Cho  $\Delta ABC$ , lấy các điểm  $M, N, P$  sao cho :  $\vec{MB} = 3\vec{MC}$ ;  $\vec{NA} + 3\vec{NC} = \vec{0}$ ;  $\vec{PA} + \vec{PB} = \vec{0}$ .

Tính  $\vec{MP}$ ,  $\vec{MN}$  theo  $\vec{AB}$  và  $\vec{AC}$ . Suy ra  $M, N, P$  thẳng hàng.

**BÀI 3.30 :** Cho  $\Delta ABC$ .

1) Dựng các điểm  $I, J$  thỏa mãn :  $2\vec{IA} + 3\vec{IB} = \vec{0}$ ,  $\vec{JA} = 2\vec{JC}$ . Tính  $\vec{IJ}$  theo  $\vec{AB}$  và  $\vec{AC}$ .

2) Gọi  $P, Q$  là trung điểm của  $BI, CJ$ . Chứng minh :  $\vec{PQ} = \frac{1}{2}(\vec{BJ} + \vec{IC})$ .

3) Gọi  $k$  là điểm thỏa mãn  $\vec{BK} = \frac{4}{7}\vec{BC}$ . Chứng minh  $I, J, K$  thẳng hàng.

**BÀI 3.31 :** Cho  $\Delta ABC$  và  $G$  là trọng tâm. Gọi  $D$  là điểm đối xứng của  $B$  qua  $C$  và  $E$  là trung điểm  $AC$ . Gọi  $I$  là điểm trên  $AB$  sao cho  $\vec{BI} = x\vec{BA}$ .

1) Tính  $\vec{GD}$ ,  $\vec{GI}$  theo  $\vec{BA}$  và  $\vec{BC}$ .

2) Với giá trị nào của  $x$  thì 3 điểm  $I, G, D$  thẳng hàng.

**BÀI 3.32 :** Cho  $\Delta ABC$  và  $G$  là trọng tâm. Các điểm  $M, N$  thỏa mãn :  $3\vec{MA} + 4\vec{MB} = \vec{0}$ ;  $2\vec{CN} = \vec{BC}$   
Chứng minh  $MN$  đi qua trọng tâm  $G$  của tam giác  $ABC$ .

**BÀI 3.33 :** Cho  $\Delta ABC$  và  $G$  là trọng tâm. Các điểm  $M, N$  thỏa :  $\vec{BM} = \frac{1}{3}\vec{BC}$ ,  $\vec{CN} = \frac{1}{3}\vec{CA}$ ,  $\vec{AK} = \frac{1}{3}\vec{AB}$

1) Tính  $\vec{GA}$ ,  $\vec{GM}$  theo  $\vec{AB}$  và  $\vec{AC}$ .

2) Chứng minh :  $\vec{GM} + \vec{GN} + \vec{GK} = \vec{0}$

3) Xác định điểm  $P$  trên  $AB$  sao cho 3 điểm  $M, N, P$  thẳng hàng.

**BÀI 3.34 :** Cho  $\Delta ABC$ , trên  $BC$  lấy điểm  $D$  sao cho :  $\vec{BD} = \frac{3}{5}\vec{BC}$ . Gọi  $E$  là một điểm thỏa mãn :

$4\vec{EA} + 2\vec{EB} + 3\vec{EC} = \vec{0}$ .      1) Tính  $\vec{ED}$  theo  $\vec{EB}$  và  $\vec{EC}$ .      2) Chứng minh  $A, E, D$  thẳng hàng.

3) Trên  $AC$  lấy điểm  $F$  sao cho  $\vec{AF} = x\vec{AC}$ . Hãy xác định  $x$  sao cho 3 điểm  $B, E, F$  thẳng hàng.

### □ TÌM TẬP HỢP ĐIỂM

**BÀI 3.35 :** Cho hình chữ nhật  $ABCD$ . Tìm tập hợp các điểm  $M$  thỏa  $|\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} + \vec{MD}| = 2AC$ .

**BÀI 3.36 :** Cho tam giác  $ABC$ . Tìm tập hợp các điểm  $M$  thỏa :  $(1-t)\vec{MA} + \vec{MB} + (1+t)\vec{MC} = \vec{0}$  ( $t \in \mathbb{R}$ )

**BÀI 3.37 :** Cho tam giác  $ABC$  có trọng tâm  $G$ . Tìm tập hợp các điểm  $M$  thỏa mãn điều kiện sau :

a)  $2\vec{MA} = \vec{MB} + \vec{MC}$

b)  $\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} = 3k\vec{GB}$

c)  $|\vec{MA} + 2\vec{MB}| = |4\vec{MA} - \vec{MC}|$

**BÀI 3.38 :** Cho tam giác ABC.

a) Xác định các điểm D, E thỏa các đẳng thức sau :  $4\vec{DA} - \vec{DB} = \vec{0}$ ;  $\vec{EA} + 2\vec{EC} = \vec{0}$

b) Tìm tập hợp các điểm M thỏa hệ thức :  $|4\vec{MA} - \vec{MB}| + |\vec{MA} + 2\vec{MC}| = 3DE$

**BÀI 3.39:** Cho tam giác ABC có trọng tâm G.

a) Chứng minh rằng : Nếu tam giác ABC thỏa mãn điều kiện  $|\vec{BC}\vec{GA}| + |\vec{CA}\vec{GB}| + |\vec{AB}\vec{GC}| = \vec{0}$  thì tam giác ABC là tam giác đều.

b) Gọi M và N là 2 điểm di động.

1) Chứng minh rằng :  $\vec{u} = \vec{NA} + \vec{NB} - 2\vec{NC}$  không phụ thuộc điểm N.

2) Tìm tập hợp các điểm M sao cho  $|\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}| = 3a$  với a là một độ dài cho trước.

**BÀI 3.40 :** Cho tam giác ABC. Tìm tập hợp điểm M thỏa mãn :

1)  $|\vec{MA} + \vec{MB}| = |\vec{MA} - \vec{MB}|$       2)  $|\vec{MA} + \vec{MB}| = |\vec{MA} + \vec{MC}|$       3)  $|2\vec{MA} + \vec{MB}| = |\vec{MA} + 2\vec{MB}|$

**BÀI 3.41 :** Cho tam giác ABC. Tìm điểm I thỏa mãn :

1)  $2\vec{IA} + \vec{IB} = \vec{0}$

2) Tìm tập hợp điểm M thỏa mãn :  $|2\vec{MA} + \vec{MB}| = |\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}|$

**BÀI 3.42 :** Cho tam giác ABC và I, K lần lượt là trung điểm của BC, CA.

Tìm tập hợp các điểm M thỏa mãn :  $|4\vec{MA}| = |\vec{MB} + \vec{MC} + 2\vec{MK}|$ .

**BÀI 3.43 :** Cho đoạn thẳng AB.

a) Xác định điểm C trên đoạn AB sao cho  $\vec{CA} - 3\vec{CB} = \vec{0}$

b) Cho điểm M bất kỳ trong mặt phẳng và gọi  $\vec{MN}$  là vectơ định bởi  $\vec{MN} = \vec{MA} - 3\vec{MB}$ . Chứng tỏ đường MN luôn qua một điểm cố định.

**BÀI 3.44 :** Cho hình bình hành ABCD. Lấy điểm M tùy ý.

a) Chứng minh rằng :  $\vec{MA} + \vec{MC} = \vec{MB} + \vec{MD}$

b) Tìm quỹ tích các điểm M sao cho :  $|\vec{MA} + \vec{MB}| = |\vec{MA} - \vec{MD}|$

**BÀI 3.45 :** Cho tứ giác ABCD.

a) Xác định điểm O sao cho :  $\vec{OB} + 4\vec{OC} = 2\vec{OD}$

b) Tìm tập hợp các điểm M thỏa hệ thức :  $|\vec{MB} + 4\vec{MC} - 2\vec{MD}| = |3\vec{MA}|$

**BÀI 3.46 :** Cho lục giác đều ABCDEF tâm O.

Tìm tập hợp các điểm M thỏa :  $|\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} + \vec{MD} + \vec{ME} + \vec{MF}| = 3|\vec{MA} - \vec{MD}|$

**BÀI 3.47 :** Cho tam giác ABC vuông cân tại A có  $AB = 5a$  và trọng tâm G. Tìm tập hợp các điểm M thỏa :

a)  $3\vec{MG} - (k+1)\vec{MB} = (1-k)\vec{MC}$

b)  $|2\vec{MA} + \vec{MB}| = |\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}|$

c)  $|2\vec{MA} + 3\vec{MB}| = |2\vec{MA} + 3\vec{MC}|$

d)  $|\vec{MA} + 7\vec{MB} - 3\vec{MC}| = 5|\vec{MA} + 2\vec{MB} - \vec{MC}|$

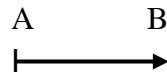
**CHƯƠNG I : VECTƠ**  
**GVBM : ĐOÀN NGỌC DŨNG**

**§1. CÁC ĐỊNH NGHĨA**

**I. KHÁI NIÊM VECTƠ**

**Định nghĩa :** Vectơ là một đoạn thẳng có định hướng. (nghĩa là một đoạn thẳng có qui định điểm đầu, điểm cuối. Nhớ rằng với mỗi đoạn thẳng ta có thể xác định đúng hai hướng).

- **Thí dụ :** Vectơ  $\overrightarrow{AB}$



A : điểm đầu (điểm gốc)

B : điểm cuối (điểm ngọn)

- **Chú ý :** Vectơ còn được ký hiệu là  $\vec{a}$ ,  $\vec{u}$ ,  $\vec{x}$ , ... khi ta không cần chỉ rõ điểm đầu và điểm cuối.

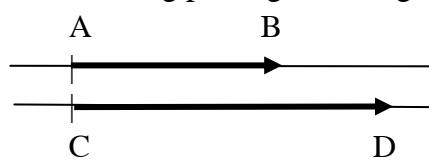
**II. PHƯƠNG, HƯỚNG VÀ ĐỘ DÀI CỦA VECTƠ**

Với mỗi vectơ  $\overrightarrow{AB}$ , đường thẳng AB gọi là giá của vectơ đó.

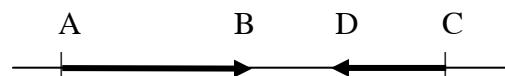
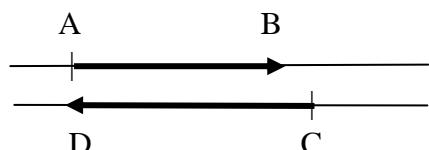
- 1) Hai vectơ được gọi là cùng phương khi chúng có giá song song hoặc trùng nhau.

- 2) Hai vectơ  $\overrightarrow{AB}$  và  $\overrightarrow{CD}$  cùng phương thì chúng có thể :

- a) cùng hướng :



- b) ngược hướng :



- **Chú ý :** • Khi nói hai vectơ cùng phương có thể hai vectơ đó cùng hướng hay ngược hướng.

- Khi nói hai vectơ cùng hướng hay ngược hướng thì xem như chúng đã cùng phương.

- 3) Độ dài của vectơ  $\overrightarrow{AB}$  (ký hiệu  $|\overrightarrow{AB}|$ ) là độ dài của đoạn thẳng AB. Ta có :  $|\overrightarrow{AB}| = AB = BA$

- **Chú ý :** Vectơ có độ dài bằng 1 gọi là vectơ đơn vị.

**III. VECTƠ KHÔNG**

Với mỗi điểm A bất kỳ, ta qui ước có một vectơ đặc biệt mà điểm đầu và điểm cuối đều là A. Vectơ này được ký hiệu là  $\overrightarrow{AA}$  và gọi là vectơ-không (ký hiệu  $\vec{0}$ ). Như vậy, vectơ-không là vectơ có điểm đầu và điểm cuối trùng nhau (ký hiệu  $\vec{0}$ ). Nhớ rằng  $\vec{0}$  có phương và hướng tùy ý.

- **Chú ý :** •  $\vec{0} = \overrightarrow{AA} = \overrightarrow{BB} = \overrightarrow{CC}$

- $|\vec{0}| = 0$

**IV. VECTƠ BẰNG NHAU**

**Định nghĩa :** Hai vectơ được gọi là bằng nhau khi chúng cùng hướng và có cùng độ dài.

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AB} \text{ và } \overrightarrow{CD} \text{ cùng hướng} \\ |\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{CD}| \end{cases}$$

- **Chú ý :** • Hai vectơ bằng nhau không cùng nằm trên một đường thẳng tạo nên hình bình hành.

- Ngược lại, hình bình hành có cặp cạnh đối tạo thành 2 vectơ bằng nhau.

**V. VECTƠ ĐỐI NHAU**

**Định nghĩa :** Hai vectơ được gọi là đối nhau khi chúng ngược hướng và có cùng độ dài.

$$\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{CD} \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AB} \text{ và } \overrightarrow{CD} \text{ ngược hướng} \\ |\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{CD}| \end{cases}$$

- **Chú ý :** • Vectơ đối của vectơ  $\vec{a}$  được ký hiệu là  $-\vec{a}$ . Ta có :  $\vec{a} + (-\vec{a}) = \vec{0}$

- Vectơ đối của vectơ  $\vec{0}$  là vectơ  $\vec{0}$

- $\overrightarrow{AB}$  và  $\overrightarrow{BA}$  là hai vectơ đối nhau. Ký hiệu :  $\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{BA}$

## §2. TỔNG CỦA HAI VECTƠ – HIỆU CỦA HAI VECTƠ

### I. ĐỊNH NGHĨA TỔNG CỦA CÁC VECTƠ

1) **Dinh nghĩa**: Cho hai vectơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$ . Lấy một điểm A tùy ý, vẽ vectơ  $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ , rồi lại từ điểm B vẽ vectơ  $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$ . Khi đó vectơ  $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$  được gọi là tổng của hai vectơ  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ .

Ta viết:  $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$

#### 2) **Qui tắc 3 điểm**:

Với 3 điểm A, B, C bất kỳ ta có :

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} \quad (\text{Quy tắc 3 điểm đối với phép cộng vectơ})$$

$$\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC} \quad (\text{Quy tắc 3 điểm đối với phép trừ vectơ})$$

#### 3) **Qui tắc hình bình hành**:

Nếu ABCD là hình bình hành thì ta có :  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$

#### 4) **Tính chất của phép cộng**:

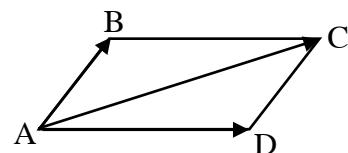
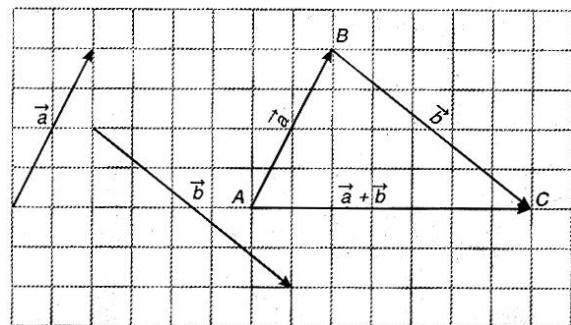
Với ba vectơ  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$  tùy ý, ta có :

$$1) \vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a} \quad (\text{tính chất giao hoán})$$

$$3) \vec{a} + \vec{0} = \vec{0} + \vec{a} = \vec{a} \quad (\text{tính chất vectơ } \vec{0})$$

$$2) (\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c}) \quad (\text{tính chất kết hợp})$$

$$4) \vec{a} + (-\vec{a}) = \vec{0} \quad (\text{tính chất vectơ đối})$$



### II. HIỆU CỦA HAI VECTƠ

#### 1) **Dinh nghĩa**:

Hiệu của  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$ , ký hiệu  $\vec{a} - \vec{b}$ , là tổng của  $\vec{a}$  và vectơ đối của  $\vec{b}$ , nghĩa là :  $\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$

#### 2) **Tính chất**: $\vec{a} - \vec{b} = \vec{c} \Leftrightarrow \vec{a} = \vec{c} + \vec{b}$

#### 3) **Hiệu hai vectơ cùng gốc**: $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA}$

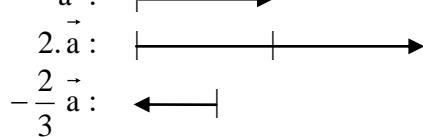
## §3. TÍCH CỦA MỘT SỐ VỚI MỘT VECTƠ

### I. ĐỊNH NGHĨA

Cho một số thực  $k \neq 0$  và vectơ  $\vec{a} \neq \vec{0}$ . Tích của số thực  $k$  với vectơ  $\vec{a}$ , ký hiệu  $k\vec{a}$ , là một vectơ được xác định như sau : • cùng hướng với vectơ  $\vec{a}$  nếu  $k > 0$ .

- ngược hướng với vectơ  $\vec{a}$  nếu  $k < 0$ .
- có độ dài  $|k\vec{a}| = |k| |\vec{a}|$

#### ▪ **Thí dụ 1** :



#### ▪ **Quy ước** : $\forall \vec{a}, 0.\vec{a} = \vec{0}$ và $\forall k \in \mathbb{R}, k.\vec{0} = \vec{0}$ . Suy ra : $k.\vec{a} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} k = 0 \\ \vec{a} = \vec{0} \end{cases}$

### II. TÍNH CHẤT CỦA PHÉP NHÂN MỘT SỐ VỚI MỘT VECTƠ

Với  $m, n$  là hai số thực và  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  là hai vectơ bất kỳ, ta có :

$$1) m(n\vec{a}) = (m.n)\vec{a} \quad (\text{tính kết hợp})$$

$$2) (m+n)\vec{a} = m\vec{a} + n\vec{a} \quad (\text{tính phân phối})$$

$$3) m(\vec{a} + \vec{b}) = m\vec{a} + m\vec{b} \quad (\text{tính phân phối})$$

$$4) 1.\vec{a} = \vec{a} \text{ và } (-1).\vec{a} = -\vec{a}$$

### III. QUAN HỆ GIỮA HAI VECTƠ CÙNG PHƯƠNG

1) **Dinh lý**:  $\vec{a}$  cùng phương  $\vec{b}$  với vectơ  $\vec{b} \neq 0$  khi và chỉ khi có một số  $k \in \mathbb{R}$  duy nhất sao cho  $\vec{a} = k\vec{b}$

2) **Hết quả** : A, B, C thẳng hàng  $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB}$  cùng phương  $\overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = k.\overrightarrow{AC}$

### IV. PHÂN TÍCH MỘT VECTƠ THEO HAI VECTƠ KHÔNG CÙNG PHƯƠNG

Cho  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  là hai vectơ không cùng phương và  $\vec{c}$  là một vectơ tùy ý.

Nếu có hai số  $k$  và  $k$  sao cho  $\vec{c} = h\vec{a} + k\vec{b}$  thì ta nói vectơ  $\vec{c}$  phân tích được (hoặc biểu thị được) qua hai vectơ không cùng phương  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$ .

## TRẮC NGHIỆM VECTO

Câu 1 : Mệnh đề nào sau đây sai

- A.  $\vec{a} \neq \vec{0} \Leftrightarrow |\vec{a}| \neq 0$
- B. Cho 3 điểm A, B, C phân biệt và thẳng hàng.  $\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}$  cùng hướng khi và chỉ khi C nằm ngoài đoạn AB.
- C.  $\vec{a}, \vec{b}$  cùng phương với  $\vec{c}$  thì  $\vec{a}, \vec{b}$  cùng phương.
- D.  $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}| = |\overrightarrow{AC}|$

Câu 2 : Cho ba điểm A, B, C phân biệt và thẳng hàng. Câu nào sau đây đúng ?

- A. Nếu B là trung điểm của AC thì  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CB}$ .
- B. Nếu B nằm giữa A và C thì  $\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}$  ngược hướng.
- C. Nếu  $|\overrightarrow{AC}| > |\overrightarrow{AB}|$  thì B nằm trên đoạn AC.
- D.  $|\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{CA}| + |\overrightarrow{AB}|$

Câu 3 : Mệnh đề nào sau đây sai ?

- A.  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC} \Rightarrow B \equiv C$
- B. Với mọi điểm A, B, C bất kì, ta có :  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$
- C.  $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} = \vec{0}$  khi và chỉ khi B là trung điểm AC.
- D. Tứ giác ABCD là hình bình hành khi và chỉ khi  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ .

Câu 4 : Cho tam giác ABC có trọng tâm H và nội tiếp trong đường tròn tâm O. B' là điểm đối xứng của B qua O. Mệnh đề nào sau đây sai ?

- |  |  |
|--|--|
| A. $\overrightarrow{AH}$ và $\overrightarrow{B'C}$ cùng phương | B. $\overrightarrow{CH}$ và $\overrightarrow{B'A}$ cùng phương       |
| C. $AHCB'$ là hình bình hành                                   | D. $\overrightarrow{HB} = \overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HC}$ |

Câu 5 : Cho  $\Delta ABC$  có trọng tâm G, M là trung điểm BC và O là điểm bất kì. Mệnh đề nào sau đây sai ?

- A.  $\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$
- B.  $\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = 2\overrightarrow{OM}$
- C.  $\overrightarrow{OG} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}$
- D.  $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$

Câu 6 : Cho tam giác ABC có trọng tâm G và điểm M thỏa mãn  $2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC} = \vec{0}$  thì  $\overrightarrow{GM}$  bằng :

- |                                     |                                     |                                     |                   |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------|
| A. $\frac{1}{6}\overrightarrow{BC}$ | B. $\frac{1}{6}\overrightarrow{CA}$ | C. $\frac{1}{6}\overrightarrow{AB}$ | D. Một vectơ khác |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------|

Câu 7 : Cho tam giác ABC, câu nào sau đây đúng ?

- A.  $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$
- B.  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BC} = \vec{0}$
- C.  $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CB}$
- D.  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} > \overrightarrow{BC}$

Câu 8 : Cho tam giác ABC cân tại đỉnh A. Mệnh đề nào sau đây sai ?

- |  |  |  |  |
|--|--|--|--|
| A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$ | B. $ \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}  =  \overrightarrow{BC} $ | C. $ \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB}  =  \overrightarrow{AB} $ | D. $ \overrightarrow{AB}  =  \overrightarrow{AC} $ |
|--|--|--|--|

Câu 9 : Cho tam giác đều ABC cạnh a. Khi đó  $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}|$  bằng :

- |                |                          |         |                |
|----------------|--------------------------|---------|----------------|
| A. $a\sqrt{3}$ | B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ | C. $2a$ | D. Một số khác |
|----------------|--------------------------|---------|----------------|

Câu 10 : Cho tam giác đều ABC cạnh a. Khi đó  $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}|$  bằng :

- |      |                  |      |                |
|------|------------------|------|----------------|
| A. 0 | B. $\frac{a}{2}$ | C. a | D. $a\sqrt{3}$ |
|------|------------------|------|----------------|

Câu 11 : Cho bốn vectơ  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{d}$  bất kì. Câu nào sau đây sai ?

- |  |  |
|--|--|
| A. $(\vec{a} + \vec{b}) + (\vec{c} + \vec{d}) = (\vec{a} + \vec{d}) + (\vec{b} + \vec{c})$ | B. $ \vec{a}  =  \vec{b}  \Leftrightarrow \vec{a} = \pm \vec{b}$ |
| C. $\vec{b} + \vec{c} = \vec{a} \Rightarrow \vec{b} = \vec{a} - \vec{c}$                   | D. $\vec{a} + (-\vec{a}) = \vec{0}$                              |

Câu 12 : Cho tam giác ABC vuông cân ở A có  $AB = 6$ . Độ dài của vectơ  $\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA}$  bằng :

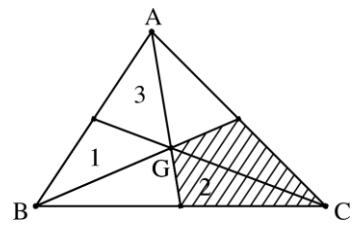
- |                |      |                |      |
|----------------|------|----------------|------|
| A. $6\sqrt{2}$ | B. 6 | C. $3\sqrt{2}$ | D. 3 |
|----------------|------|----------------|------|

**Câu 13 :** Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC. Nếu điểm M thỏa hệ thức :

$$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 4\overrightarrow{MC} = \vec{0}$$

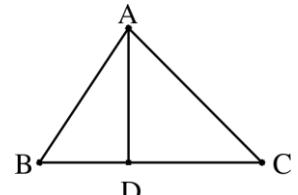
thì M ở vị trí nào trong hình vẽ ?

- A. Miền 1.
- B. Miền 2.
- C. Miền 3.
- D. Ở ngoài tam giác ABC.



**Câu 14 :** Cho tam giác ABC. Trên cạnh BC lấy điểm D sao cho  $\overrightarrow{BD} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$ . Ta có  $\overrightarrow{AD}$  bằng :

- A.  $\frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$
- B.  $\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$
- C.  $\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$
- D.  $\frac{5}{3}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$



**Câu 15 :** Cho hình bình hành ABCD. Nếu  $\overrightarrow{AB} = -2\overrightarrow{CD}$  thì câu nào sau đây đúng ?

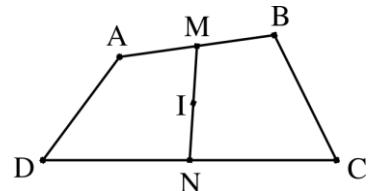
- A. I ≡ D
- B. I và D đối xứng qua C
- C. I ≡ B
- D. I là trung điểm của CD

**Câu 16 :** Cho hình bình hành ABCD. Véc tơ  $\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AB}$  bằng véc tơ :

- A.  $\overrightarrow{AC}$
- B.  $\overrightarrow{DB}$
- C.  $\overrightarrow{BD}$
- D.  $\overrightarrow{CA}$

**Câu 17 :** Cho tứ giác lồi ABCD. Gọi M, N, I lần lượt là trung điểm của AB, CD, MN. Mệnh đề nào sau đây sai ?

- A.  $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = 2\overrightarrow{IM}$
- B.  $\overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID} = 2\overrightarrow{IN}$
- C.  $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID} = \vec{0}$
- D.  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$



• Giải thiết sau dùng cho câu 18, 19 : Cho tứ giác ABCD và điểm G thỏa  $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + 2\overrightarrow{GC} + 2\overrightarrow{GD} = \vec{0}$ . Gọi I, J lần lượt là trọng tâm của các tam giác ACD, BCD.

**Câu 18 :** Ta có  $\overrightarrow{GI} + \overrightarrow{GJ}$  bằng :

- A.  $\overrightarrow{GA}$
- B.  $3\overrightarrow{GB}$
- C.  $2\overrightarrow{GC}$
- D.  $\vec{0}$

**Câu 19 :** Véc tơ  $\overrightarrow{IJ}$  bằng :

- A.  $\frac{\overrightarrow{AB}}{3}$
- B.  $\frac{\overrightarrow{BD}}{3}$
- C.  $\frac{\overrightarrow{CD}}{2}$
- D.  $-\frac{1}{2}\overrightarrow{DB}$

**Câu 20 :** Cho hình chữ nhật ABCD. Biểu thức  $\overrightarrow{DA} - \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC}$  bằng :

- A.  $\overrightarrow{AB}$
- B.  $\overrightarrow{AC}$
- C.  $\overrightarrow{DB}$
- D.  $\vec{0}$

**Câu 21 :** Cho tam giác ABC. Gọi I, J, K là các điểm sao cho :  $\overrightarrow{CI} = 2\overrightarrow{CB}$ ,  $\overrightarrow{CJ} = \frac{3}{4}\overrightarrow{CA}$ ,  $\overrightarrow{AK} = -2\overrightarrow{AB}$ . Ba đường thẳng AI, BJ, CK :

- A. Song song với nhau
- B. Đồng quy
- C. Trùng nhau
- D. Không phải ba vị trí trên

• Giải thiết sau đây dùng chung cho câu 22 và 23 : Cho tam giác ABC có BC = a ; CA = b ; AB = c. Gọi G, E và F là điểm sao cho  $b\overrightarrow{GB} + c\overrightarrow{GC} = \vec{0}$ ;  $\overrightarrow{AE} = \frac{b}{b+c}\overrightarrow{AB}$ ;  $\overrightarrow{AF} = \frac{c}{b+c}\overrightarrow{AC}$ .

**Câu 22 :** Tứ giác AEGF là hình gì ?

- A. Hình thang cân
- B. Hình thang vuông
- C. Hình bình hành
- D. Hình thoi

**Câu 23 :** Tam giác ABC có AG là :

- A. Phân giác trong của góc BAC
- B. Phân giác ngoài của góc BAC
- C. Trung tuyến
- D. Đường cao

**Câu 24 :** Cho tam giác ABC có trọng tâm G, I là trung điểm của BC, A' là điểm đối xứng của A qua B ; M là điểm tùy ý. Hỏi mệnh đề nào sau đây đúng ?

I.  $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 3\overrightarrow{MG}$

II.  $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MA'} + 2\overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}$

III. Nếu  $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MA'} + 2\overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}$  thì M, I, G thẳng hàng.

- A. Chỉ I và II      B. Chỉ I và III      C. Chỉ II và III      D. Cả I, II, III

**Câu 25 :** Cho hình bình hành ABCD tâm O ; và điểm M thỏa hệ thức  $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = k\overrightarrow{MD}$  (trong đó k là một số thực khác 3). Khi k thay đổi thì M luôn luôn nằm trên đường thẳng.

- A. DA      B. DC      C. BD      D. AC

**Câu 26 :** Cho tứ giác ABCD. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC và O là trung điểm của BC. Vẽ  $\overrightarrow{OM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{DA}$ . Ba điểm nào sau đây thẳng hàng ?

- A. M, G, D      B. M, G, A      C. M, G, B      D. M, G, C

**Câu 27 :** Cho tam giác ABC có trung tuyến AD. Xét các điểm M, N, P cho bởi :  $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ ,  $\overrightarrow{AN} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$ ,  $\overrightarrow{AP} = t\overrightarrow{AD}$ . Tìm t để M, N, P thẳng hàng ?

- A.  $t = \frac{1}{6}$       B.  $t = \frac{1}{3}$       C.  $t = \frac{1}{4}$       D. Một số khác

**Câu 28 :** Cho tam giác đều ABC cạnh a. Tập hợp các điểm M sao cho  $|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}| = |\overrightarrow{MC}|$  là :

- A. Một đường thẳng      B. Một đường tròn tâm B  
C. Một đường tròn tâm C      D. Một đường tròn tâm A

**Câu 29 :** Cho hình bình hành ABCD, tâm O và I là trung điểm của CD. Tập hợp những điểm M mà  $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} = 2\overrightarrow{MI}$  là :

- A. Chỉ gồm một điểm trên cạnh CD.      B. Chỉ gồm một điểm trên cạnh AB  
C. Chỉ gồm điểm O      D. Là một đường thẳng qua A và B

**Câu 30 :** Cho hình chữ nhật ABCD, tâm O, I là trung điểm của BC. Tập hợp các điểm M sao cho  $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC}| = 2|\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}|$  là :

- A. Đường tròn tâm O      B. Đường tròn tâm I  
C. Đường tròn có tâm khác O và I      D. Đường thẳng vuông góc với OI

• Giải thiết sau đây được dùng cho các câu 31, 32 : Cho tam giác ABC cố định và k là một số thay đổi.

**Câu 31 :** Tập hợp những điểm M mà  $\overrightarrow{MA} + k\overrightarrow{MB} = k\overrightarrow{MC}$  là :

- A. {A}      B. {B}  
C. {C}      D. Đường thẳng d đi qua A và song song với BC

**Câu 32 :** Tập hợp những điểm M mà  $k\overrightarrow{MA} + k\overrightarrow{MB} = 2\overrightarrow{MC}$  ( $k \neq 1$ ) là :

- A. Đường thẳng chứa trung tuyến vẽ từ C      B. Đường thẳng chứa trung tuyến vẽ từ B  
C. Đường thẳng chưa trung tuyến vẽ từ A      D. Một đường thẳng khác

**Câu 33 :** Cho  $\Delta ABC$  có trọng tâm G. Tập hợp những điểm M mà  $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = 3|\overrightarrow{MA}|$  là đường thẳng:

- A. Qua A và G.      B. Đường thẳng qua A và song song với BC.  
C. Đường thẳng qua G và song song với BC.      D. Đường trung trực của AG.

**Câu 34 :** Cho tam giác ABC. Tập hợp những điểm M thỏa mãn :  $|4\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = |2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}|$  là:

- A. Đường thẳng qua A      B. Đường thẳng qua B và C  
C. Đường tròn      D. Một điểm duy nhất

**Câu 35 :** Cho tam giác ABC. Tập hợp những điểm M mà :  $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC}| = |\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}|$  là đường tròn có:

- A. Tâm I, bán kính CJ (I là trung điểm BC).      B. Tâm J, bán kính BI (J là trung điểm AB)  
C. Tâm B, bán kính  $\frac{AB}{2}$       D. Tâm C, bán kính  $\frac{AC}{2}$ .