

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Họ, tên thí sinh:

Số báo danh:

Câu 1: Từ một nhóm học sinh gồm 6 nam và 8 nữ, có bao nhiêu cách chọn ra một học sinh?

- A. 14 B. 48 C. 6 D. 8

▪ Hướng dẫn :

Chọn 1 học sinh từ $6 + 8 = 14$ học sinh nên số cách chọn là 14 → chọn A.

Câu 2: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2$ và $u_2 = 6$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

- A. 3 B. -4 C. 4 D. $\frac{1}{3}$

▪ Hướng dẫn :

Ta có: $u_{n+1} = u_n \cdot q$. Do đó: $u_2 = u_1 \cdot q \Rightarrow q = \frac{u_2}{u_1} = \frac{6}{2} = 3 \rightarrow$ chọn A.

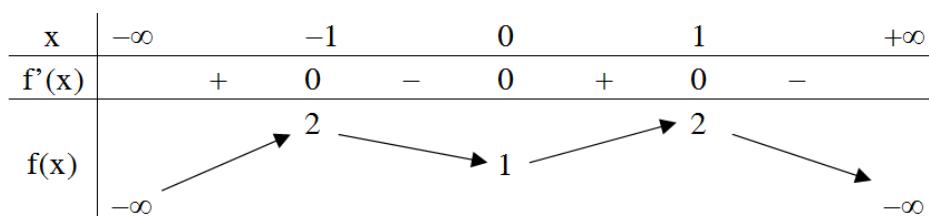
Câu 3: Diện tích xung quanh của hình nón có độ dài đường sinh l và bán kính đáy r bằng

- A. $4\pi rl$ B. $2\pi rl$ C. πrl D. $\frac{1}{3}\pi rl$

▪ Hướng dẫn :

Diện tích xung quanh hình nón là: $S_{xq} = R\pi l \rightarrow$ chọn C.

Câu 4: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(1; +\infty)$ B. $(-1; 0)$ C. $(-1; 1)$ D. $(0; 1)$

▪ Hướng dẫn :

Nhìn vào bảng biến thiên, ta thấy HSĐB trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$ → chọn D.

Câu 5: Cho khối lập phương có cạnh bằng 6. Thể tích của khối lập phương đã cho bằng

- A. 216 B. 18 C. 36 D. 72

▪ Hướng dẫn :

Thể tích của khối lập phương $V = (\text{cạnh})^3 = 6^3 = 216 \rightarrow$ chọn A.

Câu 6: Nghiệm của phương trình $\log_3(2x - 1) = 2$ là

- A. $x = 3$ B. $x = 5$ C. $x = \frac{9}{2}$ D. $x = \frac{7}{2}$

▪ Hướng dẫn :

Điều kiện: $2x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{1}{2}$

$\log_3(2x - 1) = 2 \Leftrightarrow 2x - 1 = 3^2 \Leftrightarrow x = 5$ (nhận) → chọn B.

Câu 7: Nếu $\int_1^2 f(x)dx = -2$ và $\int_2^3 f(x)dx = 1$ thì $\int_1^3 f(x)dx$ bằng

- A. -3 B. -1 C. 1 D. 3

Hướng dẫn :

Ta có: $\int_1^3 f(x)dx = \int_1^2 f(x)dx + \int_2^3 f(x)dx = -2 + 1 = -1 \rightarrow$ chọn B.

Câu 8: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	-∞	0	3	+∞
$f'(x)$	+	0	-	0
$f(x)$	-∞	2	-4	+∞

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

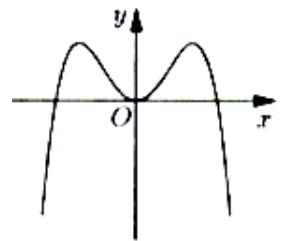
- A. 2 B. 3 C. 0 D. -4

Hướng dẫn :

Nhìn vào bảng biến thiên ta thấy giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là $y = -4$ tại $x = 3 \rightarrow$ chọn D.

Câu 9: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?

- A. $y = -x^4 + 2x^2$
 B. $y = x^4 - 2x^2$
 C. $y = x^3 - 3x^2$
 D. $y = -x^3 + 3x^2$



Hướng dẫn :

Nhìn vào đồ thị ta thấy đây là đồ thị của hàm số trùng phượng \Rightarrow chọn A hoặc B.

Do phần cuối của đồ thị có hướng đi xuống nên $a < 0 \rightarrow$ chọn A.

Câu 10: Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2(a^2)$ bằng

- A. $2 + \log_2 a$ B. $\frac{1}{2} + \log_2 a$ C. $2\log_2 a$ D. $\frac{1}{2}\log_2 a$

Hướng dẫn :

Ta có: $\log_a b^\alpha = \alpha \log_a b$ (với $\alpha \in \mathbb{R}$). Do đó: $\log_2(a^2) = 2\log_2 a \rightarrow$ chọn C.

Câu 11: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos x + 6x$ là

- A. $\sin x + 3x^2 + C$ B. $-\sin x + 3x^2 + C$ C. $\sin x + 6x^2 + C$ D. $-\sin x + C$

Hướng dẫn :

Ta có: $\int f(x)dx = \int (\cos x + 6x)dx = \int \cos x dx + \int 6x dx = \sin x + 3x^2 + C \rightarrow$ chọn A.

Câu 12: Môđun của số phức $1 + 2i$ bằng

- A. 5 B. $\sqrt{3}$ C. $\sqrt{5}$ D. 3

Hướng dẫn :

Ta có: $|z| = \sqrt{x^2 + y^2} \Rightarrow |1+2i| = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5} \rightarrow$ chọn C.

Câu 13: Trong không gian Oxyz, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2; -2; 1)$ trên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là

- A. $(2; 0; 1)$ B. $(2; -2; 0)$ C. $(0; -2; 1)$ D. $(0; 0; 1)$

Hướng dẫn :

Hình chiếu vuông góc của điểm $M(2; -2; 1)$ trên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là $M'(2; -2; 0) \rightarrow$ chọn B.

Câu 14: Trong không gian Oxyz, cho mặt cầu (S): $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 16$. Tâm của (S) có tọa độ là

- A. $(-1; -2; -3)$ B. $(1; 2; 3)$ C. $(-1; 2; -3)$ D. $(1; -2; 3)$

Hướng dẫn :

Tâm của (S) có tọa độ là $I(1; -2; 3) \rightarrow$ chọn D.

Câu 15: Trong không gian Oxyz, cho mặt phẳng (α) : $3x + 2y - 4z + 1 = 0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (α) ?

- A. $\vec{n}_2 = (3; 2; 4)$ B. $\vec{n}_3 = (2; -4; 1)$ C. $\vec{n}_1 = (3; -4; 1)$ D. $\vec{n}_4 = (3; 2; -4)$

Hướng dẫn :

VTPT của mặt phẳng (α) : $3x + 2y - 4z + 1 = 0$ là $\vec{n}_4 = (3; 2; -4) \rightarrow$ chọn D.

Câu 16: Trong không gian Oxyz, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d: \frac{x+1}{-1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-1}{3}$?

- A. P(-1; 2; 1) B. Q(1; -2; -1) C. N(-1; 3; 2) D. M(1; 2; 1)

Hướng dẫn :

Thế tọa độ điểm P(-1; 2; 1) vào phương trình $d: \frac{x+1}{-1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-1}{3}$, ta có:

$$\frac{-1+1}{-1} = \frac{2-2}{3} = \frac{1-1}{3} = 0 \rightarrow \text{chọn A.}$$

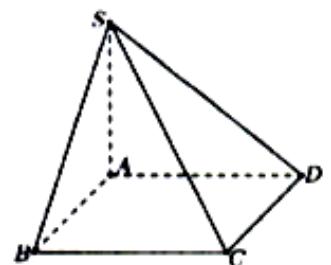
Câu 17: Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình vuông cạnh $\sqrt{3}a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = \sqrt{2}a$ (minh họa như hình bên). Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABCD) bằng

- A. 45° B. 30°
C. 60° D. 90°

Hướng dẫn :

Do $SA \perp (ABCD)$ nên AC là hình chiếu vuông góc của SC lên (ABCD)
 \Rightarrow góc tạo bởi SC và (ABCD) là góc SCA.

ΔSAC vuông tại A có: $\tan SCA = \frac{SA}{AC} = \frac{SA}{AB\sqrt{2}} = \frac{a\sqrt{2}}{a\sqrt{3}\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \angle SCA = 30^\circ \rightarrow$ chọn B.



Câu 18: Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	0	+

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 0 B. 2 C. 1 D. 3

Hướng dẫn :

Dựa vào bảng xét dấu $f'(x)$ ta thấy:

- $f'(x)$ đổi dấu từ + sang - khi x đi qua -1 nên hàm số đạt cực đại tại điểm $x = -1$.
- $f'(x)$ đổi dấu từ - sang + khi x đi qua 1 nên hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x = 1$.

Vậy hàm số có hai điểm cực trị \rightarrow chọn B.

Câu 19: Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = -x^4 + 12x^2 + 1$ trên đoạn $[-1; 2]$ bằng

- A. 1 B. 37 C. 33 D. 12

Hướng dẫn :

Ta có: $f'(x) = -4x^3 + 24x \Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow -4x^3 + 24x = 0 \Leftrightarrow 4x(-x^2 + 6) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 & (\text{nhận}) \\ x=\sqrt{6} & (\text{loại}) \\ x=-\sqrt{6} & (\text{loại}) \end{cases}$

$$f(-1) = 12; f(2) = 33; f(0) = 1$$

Vậy $\underset{x \in [-1; 2]}{\text{Max } f(x)} = 33 \rightarrow$ chọn C.

Câu 20: Xét tất cả các số thực dương a và b thỏa mãn $\log_2 a = \log_8(ab)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $a = b^2$ B. $a^3 = b$ C. $a = b$ D. $a^2 = b$

Hướng dẫn :

$$\text{Ta có: } \log_8(ab) = \frac{1}{3} \log_2(ab) = \log_2(ab)^{\frac{1}{3}} = \log_2 \sqrt[3]{ab}$$

Do đó: $\log_2 a = \log_8(ab) \Leftrightarrow \log_2 a = \log_2 \sqrt[3]{ab} \Leftrightarrow a = \sqrt[3]{ab} \Leftrightarrow a^3 = ab \Leftrightarrow a^2 = b \rightarrow \text{chọn D.}$

$$\text{Hoặc: } \log_2 a = \log_8(ab) \Leftrightarrow \log_2 a = \frac{1}{3} \log_2(ab) \Leftrightarrow 3\log_2 a = \log_2(ab) \Leftrightarrow a^3 = ab \Leftrightarrow a^2 = b \rightarrow \text{chọn D.}$$

Câu 21: Tập nghiệm của bất phương trình $5^{x-1} \geq 5^{x^2-x-9}$ là

- A. $[-2; 4]$ B. $[-4; 2]$ C. $(-\infty; -2] \cup [4; +\infty)$ D. $(-\infty; -4] \cup [2; +\infty)$

Hướng dẫn :

Do $a = 5 > 1$ nên ta có: $5^{x-1} \geq 5^{x^2-x-9} \Leftrightarrow x-1 \geq x^2-x-9 \Leftrightarrow x^2-2x-8 \leq 0 \Leftrightarrow -2 \leq x \leq 4 \rightarrow \text{chọn A.}$

Câu 22: Cho hình trụ có bán kính đáy bằng 3. Biết rằng khi cắt hình trụ đã cho bởi một mặt phẳng qua trục, thiết diện thu được là một hình vuông. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

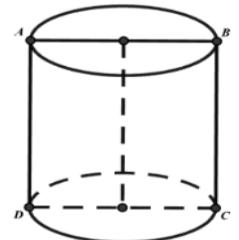
- A. 18π B. 36π C. 54π D. 27π

Hướng dẫn :

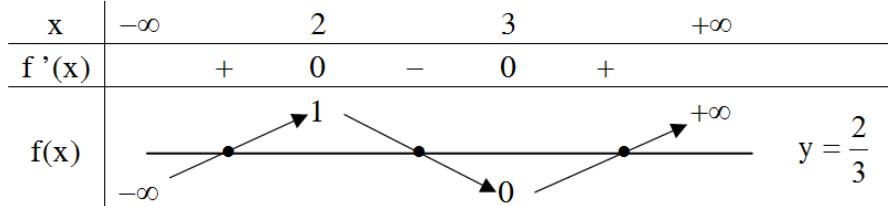
Ta có: $S_{xq} = 2R\pi l$.

Do bán kính đáy là $R = 3$ nên đường sinh $l = BC = 2.R = 2.3 = 6$ ($ABCD$ là hình vuông)

Diện tích xung quanh của hình trụ là $S_{xq} = 2R\pi l = 2.3.\pi.6 = 36\pi \rightarrow \text{chọn B.}$



Câu 23: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Số nghiệm thực của phương trình $3f(x) - 2 = 0$ là

- A. 2 B. 0 C. 3 D. 1

Hướng dẫn :

$$\text{Ta có: } 3f(x) - 2 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \frac{2}{3}$$

Số nghiệm của phương trình bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = \frac{2}{3}$ (song song với trục hoành). Nhìn vào bảng biến thiên ta thấy có 3 giao điểm nên phương trình đã cho có 3 nghiệm thực phân biệt \rightarrow chọn C.

Câu 24: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x+2}{x-1}$ trên khoảng $(1; +\infty)$ là

- A. $x + 3\ln(x-1) + C$ B. $x - 3\ln(x-1) + C$ C. $x - \frac{3}{(x-1)^2} + C$ D. $x + \frac{3}{(x-1)^2} + C$

Hướng dẫn :

$$\text{Ta có: } \int f(x) dx = \int \frac{x+2}{x-1} dx = \int \left(1 + \frac{3}{x-1}\right) dx = x + 3 \cdot \ln|x-1| + C$$

Vì $x \in (1; +\infty)$ nên $x-1 > 0 \Rightarrow |x-1| = x-1$. Do đó: $\int f(x) dx = x + 3 \cdot \ln(x-1) + C \rightarrow \text{chọn A.}$

Câu 25: Để dự báo dân số của một quốc gia, người ta sử dụng công thức $S = Ae^{nr}$; trong đó A là dân số của năm lấy làm mốc tính, S là dân số sau n năm, r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm. Năm 2017, dân số Việt Nam là 93.671.600 người (Tổng cục Thống kê, Niên giám thống kê 2017, Nhà xuất bản Thống kê, Tr.79).

Giả sử tỉ lệ tăng dân số hàng năm không đổi là 0,81%, dự báo dân số Việt Nam năm 2035 là bao nhiêu người (kết quả làm tròn đến chữ số hàng trăm)?

A. 109.256.100

B. 108.374.700

C. 107.500.500

D. 108.311.100

Hướng dẫn :

Ta có: $2035 - 2017 = 18 \Rightarrow n = 18$.

Thế $A = 93.671.600$; $n = 18$ và $r = 0,81\%$ vào công thức: $S = A \cdot e^{Nr}$

Dân số Việt Nam năm 2035 là $S = 93.671.600 \times e^{18 \times 0,81\%} \approx 108.374.741 \rightarrow$ chọn B.

Câu 26: Cho khối lăng trụ đứng ABCD.A'B'C'D' có đáy là hình thoi cạnh a, $BD = \sqrt{3}a$ và $AA' = 4a$ (minh họa như hình bên). Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $2\sqrt{3}a^3$

B. $4\sqrt{3}a^3$

C. $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$

D. $\frac{4\sqrt{3}a^3}{3}$

Hướng dẫn :

Do AA' là đường cao của khối lăng trụ đứng nên ta có: $V = S_{ABCD} \cdot AA'$

Gọi $O = AC \cap BD$. Ta có: $BO = \frac{1}{2}BD = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

ΔABO vuông tại O có: $AO = \sqrt{AB^2 - BO^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \sqrt{a^2 - \frac{3a^2}{4}} = \sqrt{\frac{a^2}{4}} = \frac{a}{2} \Rightarrow AC = 2AO = a$

Diện tích hình thoi ABCD là: $S_{ABCD} = \frac{1}{2}AC \cdot BD = \frac{1}{2}a \cdot a\sqrt{3} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$

Thể tích khối lăng trụ ABCD.A'B'C'D' là: $V = S_{ABCD} \cdot AA' = \frac{a^2\sqrt{3}}{2} \cdot 4a = 2\sqrt{3}a^3 \rightarrow$ chọn A.

Hoặc: Do AA' là đường cao của khối lăng trụ đứng nên ta có: $V = S_{ABCD} \cdot AA'$

$S_{ABCD} = \sqrt{p(p-BC)(p-CD)(p-BD)} = \sqrt{p(p-1)(p-1)(p-\sqrt{3})} = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$ với $p = \frac{1+1+\sqrt{3}}{2} = \frac{2+\sqrt{3}}{2}$

$\Rightarrow S_{ABCD} = 2 \cdot S_{\Delta ABCD} = 2 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$

Thể tích khối lăng trụ ABCD.A'B'C'D' là: $V = S_{ABCD} \cdot AA' = \frac{a^2\sqrt{3}}{2} \cdot 4a = 2\sqrt{3}a^3 \rightarrow$ chọn A.

Câu 27: Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{5x^2 - 4x - 1}{x^2 - 1}$ là

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

Hướng dẫn :

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$

Ta có: $y = \frac{5x^2 - 4x - 1}{x^2 - 1} = \frac{(x-1)(5x+1)}{(x-1)(x+1)} = \frac{5x+1}{x+1}$

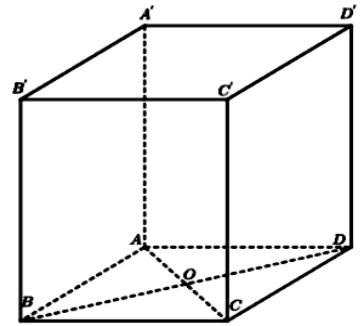
• $\lim_{x \rightarrow -1^+} y = \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{5x+1}{x+1} = \infty \Rightarrow x = -1$ là tiệm cận đứng.

• $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x+1}{x+1} = 5 \Rightarrow y = 5$ là tiệm cận ngang.

Vậy đồ thị hàm số có 1 tiệm cận đứng là $x = -1$ và 1 tiệm cận ngang là $y = 5 \rightarrow$ chọn C.

Hoặc: Do bậc tử bằng bậc mẫu nên ta có ngay tiệm cận ngang $y = 5$.

$x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$. Thế $x = 1$ vào tử thức thấy bằng 0 nên $x = 1$ không là tiệm cận đứng. Còn thế $x = -1$ vào tử thức thấy khác 0 nên nhận $x = -1$ là tiệm cận đứng.



Câu 28: Cho hàm số $y = ax^3 + 3x + d$ ($a, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình bên.

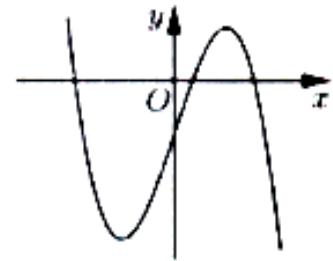
Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $a > 0; d > 0$
- B. $a < 0; d > 0$
- C. $a > 0; d < 0$
- D. $a < 0; d < 0$

Hướng dẫn :

Dựa vào hình vẽ, dạng đồ thị là hàm bậc ba có $a < 0$.

Với $x = 0$ ta có $y(0) = d < 0 \rightarrow$ chọn D.



Câu 29: Diện tích hình phẳng được gạch chéo trong hình bên bằng

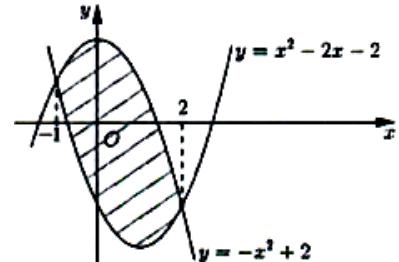
- | | |
|--|---|
| <u>A.</u> $\int_{-1}^2 (-2x^2 + 2x + 4)dx$ | <u>B.</u> $\int_{-1}^2 (2x^2 - 2x - 4)dx$ |
| <u>C.</u> $\int_{-1}^2 (-2x^2 - 2x + 4)dx$ | <u>D.</u> $\int_{-1}^2 (2x^2 + 2x - 4)dx$ |

Hướng dẫn :

Nhìn vào hình vẽ ta thấy hình phẳng được gạch chéo là giới hạn bởi 2 hàm số $y = -x^2 + 2$ và $y = x^2 - 2x - 2$. Hai đồ thị này cắt nhau tại 2 điểm có hoành độ là -1 và 2 .

Mặt khác, đồ thị hàm $y = -x^2 + 2$ nằm phía trên đồ thị hàm $y = x^2 - 2x - 2$ nên diện tích là:

$$\int_{-1}^2 [(-x^2 + 2) - (x^2 - 2x - 2)] dx = \int_{-1}^2 (-2x^2 + 2x + 4) dx \rightarrow \text{chọn A.}$$



Câu 30: Cho hai số phức $z_1 = -3 + i$ và $z_2 = 1 - i$. Phần ảo của số phức $z_1 + \bar{z}_2$ bằng

- A. -2
- B. $2i$
- C. 2
- D. $-2i$

Hướng dẫn :

Ta có: $z_2 = 1 - i \Rightarrow \bar{z}_2 = 1 + i$. Do đó $z_1 + \bar{z}_2 = (-3 + i) + (1 + i) = -2 + 2i$

\Rightarrow phần ảo của số phức $z_1 + \bar{z}_2$ là $2 \rightarrow$ chọn C.

Hoặc: Bấm MODE 2 và nhập $-3 + i + 1 + i \rightarrow "=" \rightarrow -2 + 2i$.

Câu 31: Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z = (1 + 2i)^2$ là điểm nào dưới đây?

- A. P($-3; 4$)
- B. Q($5; 4$)
- C. N($4; -3$)
- D. M($4; 5$)

Hướng dẫn :

Ta có $z = (1 + 2i)^2 = 1 + 4i - 4 = -3 + 4i$

Vậy điểm biểu diễn số phức $z = (1 + 2i)^2$ trên mặt phẳng tọa độ là điểm P($-3; 4$) \rightarrow chọn A.

Hoặc: Bấm MODE 2 và nhập $z = (1 + 2i)^2 \rightarrow "=" \rightarrow -3 + 4i$.

Câu 32: Trong không gian Oxyz, cho các vectơ $\vec{a} = (1; 0; 3)$ và $\vec{b} = (-2; 2; 5)$. Tích vô hướng $\vec{a} \cdot (\vec{a} + \vec{b})$ bằng

- A. 25
- B. 23
- C. 27
- D. 29

Hướng dẫn :

Ta có: $\vec{a} + \vec{b} = (-1; 2; 8)$

Do đó: $\vec{a} \cdot (\vec{a} + \vec{b}) = 1 \cdot (-1) + 0 \cdot 2 + 3 \cdot 8 = 23 \rightarrow$ chọn B.

Câu 33: Trong không gian Oxyz, cho mặt cầu (S) có tâm là điểm I($0; 0; -3$) và đi qua điểm M($4; 0; 0$). Phương trình của (S) là

- A. $x^2 + y^2 + (z + 3)^2 = 25$
- B. $x^2 + y^2 + (z + 3)^2 = 5$
- C. $x^2 + y^2 + (z - 3)^2 = 25$
- D. $x^2 + y^2 + (z - 3)^2 = 5$

Hướng dẫn :

Mặt cầu (S) có tâm I($0; 0; -3$) và đi qua điểm M($4; 0; 0$) nên bán kính mặt cầu (S) là:

$R = IM = \sqrt{(4-0)^2 + (0-0)^2 + (0+3)^2} = 5 \Rightarrow$ phương trình mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + (z + 3)^2 = 25 \rightarrow$ chọn A.

Câu 34: Trong không gian Oxyz, mặt phẳng đi qua điểm $M(1; 1; -1)$ và vuông góc với đường thẳng

$$\Delta: \frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-1}{1}$$

có phương trình là

- A. $2x + 2y + z + 3 = 0$ B. $x - 2y - z = 0$ C. $2x + 2y + z - 3 = 0$ D. $x - 2y - z - 2 = 0$

▪ Hướng dẫn :

Đường thẳng Δ có vectơ chỉ phương $\vec{a} = (2; 2; 1)$.

Vì mặt phẳng phải tìm vuông góc với đường thẳng Δ nên có VTPT là $\vec{n} = \vec{u} = (2; 2; 1)$.

\Rightarrow phương trình mặt phẳng cần tìm là: $2(x - 1) + 2(y - 1) + 1(z + 1) = 0 \Leftrightarrow 2x + 2y + z - 3 = 0 \rightarrow$ chọn C.

Câu 35: Trong không gian Oxyz, vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng đi qua hai điểm $M(2; 3; -1)$ và $N(4; 5; 3)$?

- A. $\vec{u}_4 = (1; 1; 1)$ B. $\vec{u}_3 = (1; 1; 2)$ C. $\vec{u}_1 = (3; 4; 1)$ D. $\vec{u}_2 = (3; 4; 2)$

▪ Hướng dẫn :

Ta có: $\overrightarrow{MN} = (2; 2; 4)$ hay $(1; 1; 2) \Rightarrow$ đường thẳng đi qua M, N có một VTCP là $\vec{u} = (1; 1; 2) \rightarrow$ chọn B.

Câu 36: Chọn ngẫu nhiên một số từ tập các số tự nhiên có ba chữ số đôi một khác nhau. Xác suất để số được chọn có tổng các chữ số là chẵn bằng

- A. $\frac{41}{81}$ B. $\frac{4}{9}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{16}{81}$

▪ Hướng dẫn :

Ta có: $X = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Tập X có 5 chữ số chẵn và 5 chữ số lẻ.

Gọi số phải tìm là: $x = a_1a_2a_3$

Có 9 cách chọn a_1 , có A_9^2 cách chọn a_2, a_3 . Do đó có $9.A_9^2 = 648$ cách chọn.

Số phần tử của không gian mẫu là: 648.

Gọi A là biến cố: "Số được chọn có tổng các chữ số là chẵn".

* Số phần tử của biến cố A là :

TH1: Cả 3 chữ số đều chẵn. Ta có:

$$CCC : 4 \times 4 \times 3 = 48 \text{ (số)} \quad (\text{Do } a_1 \neq 0)$$

\Rightarrow Trường hợp này có: $4.12 = 48$ (số)

TH2: Có 2 chữ số lẻ và 1 chữ số chẵn. Ta có:

- CLL : $4 \times 5 \times 4 = 80$ (số) ($\text{Do } a_1 \neq 0$)

- LCL : $5 \times 5 \times 4 = 100$ (số)

- LLC : $5 \times 4 \times 5 = 100$ (số)

\Rightarrow Trường hợp này có: $80 + 100 + 100 = 280$ (số)

\Rightarrow Số phần tử của biến cố A là: $48 + 280 = 328$ (số)

Vậy $P(A) = \frac{328}{648} = \frac{41}{81} \rightarrow$ chọn A.

Câu 37: Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình thang, $AB = 2a$,

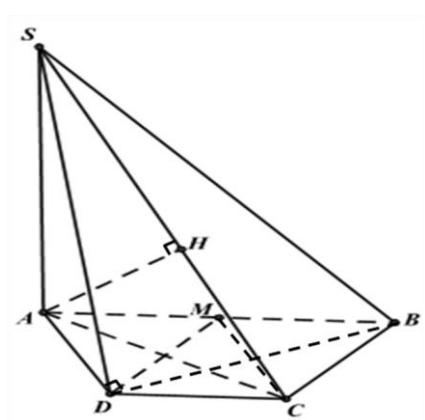
$AD = DC = CB = a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 3a$ (minh họa như hình bên). Gọi M là trung điểm của AB. Khoảng cách giữa hai

đường thẳng SB và DM bằng

- | | |
|---|---|
| <p>A. $\frac{3a}{4}$</p> | <p>B. $\frac{3a}{2}$</p> |
| <p>C. $\frac{3\sqrt{13}a}{13}$</p> | <p>D. $\frac{6\sqrt{13}a}{13}$</p> |

▪ Hướng dẫn :

Do M là trung điểm của AB nên ta có: $CD = MB = MA = \frac{1}{2}AB = a$



Do $CD \parallel MB$ và $CD = MB$ nên $BCDM$ là hình bình hành $\Rightarrow DM = BC = a \Rightarrow DM = \frac{1}{2}AB$

$\Rightarrow \Delta ADB$ vuông tại D. Chứng minh tương tự ΔACB vuông tại C.

$$\forall DM // CB \Rightarrow DM // (SBC) \Rightarrow d(DM, SB) = d(DM, (SBC)) = d(M, (SBC)) = \frac{1}{2} d(A, (SBC))$$

Trong (SAC), $vẽ AH \perp SC$, ta có: $BC \perp AC$ và $BC \perp SA$ nên $BC \perp (SAC) \Rightarrow BC \perp AH$.

Vì $AH \perp BC$ và $AH \perp SC$ nên $AH \perp (SBC)$ $\Rightarrow AH$ là khoảng cách từ A đến (SBC) .

$$\Delta SAC \text{ vuông tại A có: } \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AC^2} = \frac{1}{9a^2} + \frac{1}{3a^2} = \frac{4}{9a^2} \Rightarrow AH = \frac{3a}{2} \Rightarrow d(SB, DM) = \frac{3a}{4} \rightarrow \text{chọn A.}$$

Câu 38: Cho hàm số $f(x)$ có $f(3) = 3$ và $f'(x) = \frac{x}{x+1-\sqrt{x+1}}$, $\forall x > 0$. Khi đó $\int_3^8 f(x)dx$ bằng

- A. 7 B. $\frac{197}{6}$ C. $\frac{29}{2}$ D. $\frac{181}{6}$

▪ *Hướng dẫn :*

Ta có: $f(x) = \int f'(x)dx$

$$= \int \frac{x}{x+1-\sqrt{x+1}} dx = \int \frac{x(x+1+\sqrt{x+1})}{(x+1)^2 - (x+1)} dx = \int \frac{(x^2+x) + x\sqrt{x+1}}{x^2+x} dx = \int \left(1 + \frac{1}{\sqrt{x+1}}\right) dx = x + 2\sqrt{x+1} + C$$

$$\text{Mà } f(3) = 3 \Leftrightarrow 3 + 2\sqrt{3+1} + C = 3 \Leftrightarrow C = -4 \Rightarrow f(x) = x + 2\sqrt{x+1} - 4$$

$$\text{Do đó: } \int_{-3}^8 f(x)dx = \int_{-3}^8 (x + 2\sqrt{x+1} - 4)dx = \frac{197}{6} \rightarrow \text{chọn B.}$$

Câu 39: Cho hàm số $f(x) = \frac{mx - 4}{x - m}$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$?

- A.** 5 **B.** 4 **C.** 3 **D.** 2

▪ Hướng dẫn :

Tập xác định của hàm số: $D = \mathbb{R} \setminus \{m\}$. Ta có: $f'(x) = \frac{4 - m^2}{(x - m)^2}$

$$\text{HSĐB trên } (0; +\infty) \Leftrightarrow \begin{cases} f'(x) > 0 \\ m \notin (0; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 - m^2 > 0 \\ m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 < 4 \\ m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < m < 2 \\ m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -2 < m \leq 0$$

Do $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-1; 0\}$. Vậy có 2 giá trị nguyên của m thỏa mãn bài toán → chọn D.

Câu 40: Cho hình nón có chiều cao bằng $2\sqrt{5}$. Một mặt phẳng đi qua đỉnh hình nón và cắt hình nón theo một thiết diện là tam giác đều có diện tích bằng $9\sqrt{3}$.

Thể tích của khối nón được giới hạn bởi hình nón đã cho bằng

- A.** $\frac{32\sqrt{5}\pi}{3}$ **B.** 32π
C. $32\sqrt{5}\pi$ **D.** 96π

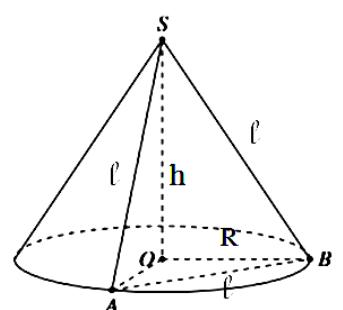
▪ *Hướng dẫn :*

Mặt phẳng qua đỉnh của hình nón và cắt hình nón theo thiết diện là tam giác đều SAB. Cạnh tam giác đều

SAB chính là đường sinh l. Ta có : $S_{\Delta SAB} = \frac{l^2 \sqrt{3}}{4} \Rightarrow 9\sqrt{3} = \frac{l^2 \sqrt{3}}{4} \Rightarrow l^2 = 36 \Rightarrow l = 6$

$$\Delta SOB \text{ vuông tại } O \text{ có: } R = \sqrt{l^2 - h^2} = \sqrt{6^2 - (2\sqrt{5})^2} = \sqrt{16} = 4$$

$$\text{Vậy } V = \frac{1}{3}R^2 \cdot \pi \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 4^2 \cdot \pi \cdot 2\sqrt{5} = \frac{32\sqrt{5}}{3}\pi \rightarrow \text{chọn A.}$$



Câu 41: Cho x, y là các số thực dương thỏa mãn $\log_9 x = \log_6 y = \log_4(2x + y)$. Giá trị của $\frac{x}{y}$ bằng

- A. 2 **B.** $\frac{1}{2}$ C. $\log_2\left(\frac{3}{2}\right)$ D. $\log_{\frac{3}{2}} 2$

▪ Hướng dẫn :

$$\text{Đặt } \log_9 x = \log_6 y = \log_4(2x + y) = t \Rightarrow \begin{cases} x = 9^t & (1) \\ y = 6^t & (2) \\ 2x + y = 4^t & (3) \end{cases}$$

$$\text{Từ (1) và (2), ta có : } \frac{x}{y} = \frac{9^t}{6^t} = \left(\frac{3}{2}\right)^t$$

$$\text{Từ (3), ta có : } 2x + y = 4^t \Leftrightarrow 2 \cdot 9^t + 6^t = 4^t$$

$$\Leftrightarrow 2 \cdot \left(\frac{9}{4}\right)^t + \left(\frac{3}{2}\right)^t - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \left(\frac{3}{2}\right)^t = -1 < 0 \text{ (loại)} \\ \left(\frac{3}{2}\right)^t = \frac{1}{2} > 0 \text{ (nhận)} \end{cases}. \text{ Do đó: } \frac{x}{y} = \left(\frac{3}{2}\right)^t = \frac{1}{2} \rightarrow \text{chọn B.}$$

Câu 42: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = |x^3 - 3x + m|$ trên đoạn $[0; 3]$ bằng 16. Tổng tất cả các phần tử của S bằng

- A.** -16 **B.** 16 **C.** -12 **D.** -2

▪ Hướng dẫn :

• Nhớ: Khi có giá trị tuyệt đối thì bỏ phần ở dưới trục Ox và lật lên phía trên trục Ox, khi đó 2 trường hợp xảy ra: phần lật lên có thể cao hơn phần có sẵn ở trên, mà cũng có thể thấp hơn phần có sẵn ở trên.

▪ Hướng dẫn:

Xét hàm số $g(x) = x^3 - 3x + m$, $\forall x \in [0; 3] \Rightarrow g'(x) = 3x^2 - 3$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 & \text{(nhận)} \\ x = -1 & \text{(loại)} \end{cases}$$

$$g(1) = m - 2 ; g(0) = m ; g(3) = m + 18$$

Ta thấy $m - 2$ nhỏ nhất và $m + 18$ lớn nhất nên loại $g(0) = m \Rightarrow \begin{cases} \min g(x) = m - 2 \\ \max g(x) = m + 18 \end{cases}$

Xét $y = |g(x)| \Rightarrow \max y$ có 2 trường hợp xảy ra:

• TH1: Nếu $|m - 2|$ là giá trị lớn nhất thì khi đó $|m - 2| = 16$ và tất nhiên $|m - 2| \geq |m + 18|$

$$\text{Ta có: } |m - 2| = 16 \Leftrightarrow \begin{cases} m - 2 = 16 \\ m - 2 = -16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 18 \\ m = -14 \end{cases}$$

Thay $m = 18$ vào $|m - 2| \geq |m + 18|$, ta có: $|16| \geq |36|$ (BĐT sai) \Rightarrow loại $m = 18$

Thay $m = -14$ vào $|m - 2| \geq |m + 18|$, ta có: $|16| \geq |4|$ (BĐT đúng) \Rightarrow nhận $m = -14$

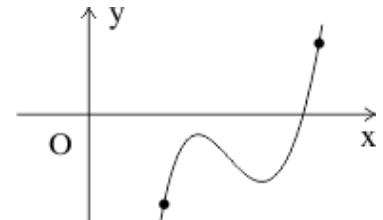
• TH2: Nếu $|m + 18|$ là giá trị lớn nhất thì khi đó $|m + 18| = 16$ và tất nhiên $|m + 18| \geq |m - 2|$

$$\text{Ta có: } |m + 18| = 16 \Leftrightarrow \begin{cases} m + 18 = 16 \\ m + 18 = -16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -2 \\ m = -34 \end{cases}$$

Thay $m = -2$ vào $|m + 18| \geq |m - 2|$, ta có: $|16| \geq |4|$ (BĐT đúng) \Rightarrow nhận $m = -2$

Thay $m = -34$ vào $|m + 18| \geq |m - 2|$, ta có: $|16| \geq |36|$ (BĐT sai) \Rightarrow loại $m = -34$

$\Rightarrow S = \{-14; -2\} \Rightarrow$ tổng các phần tử của S bằng -16 \rightarrow chọn A



Câu 43: Cho phương trình $\log_2^2(2x) - (m+2)\log_2 x + m - 2 = 0$ (m là tham số thực). Tập hợp tất cả các giá trị của m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt thuộc đoạn $[1; 2]$ là

- A.** $(1; 2)$ **B.** $[1; 2]$ **C.** $[1; 2)$ **D.** $[2; +\infty)$

▪ *Hướng dẫn :*

$$\text{Ta có : } \log_2^2(2x) - (m+2)\log_2 x + m - 2 = 0 \quad (1)$$

Điều kiện: $x \geq 0$

$$(1) \Leftrightarrow [\log_2(2x)]^2 - (m+2)\log_2 x + m - 2 = 0 \Leftrightarrow (1 + \log_2 x)^2 - m\log_2 x - 2\log_2 x + m - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \log_2 x^2 - m\log_2 x + m - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x = 1 \\ \log_2 x = m - 1 \end{cases}$$

$$\text{Do } x \in [1; 2] \Rightarrow \log_2 x \in [0; 1]$$

Do đó phương trình đã cho có 2 nghiệm phân biệt thuộc đoạn $[1; 2]$

$$\Leftrightarrow 0 \leq m - 1 \leq 1 \Leftrightarrow 1 \leq m \leq 2 \Rightarrow [1; 2) \rightarrow \text{chon } C.$$

Câu 44: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} . Biết $\cos 2x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)e^x$, họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f'(x)e^x$ là

- A.** $-\sin 2x + \cos 2x + C$ **B.** $-2\sin 2x + \cos 2x + C$
C. $-2\sin 2x - \cos 2x + C$ **D.** $2\sin 2x - \cos 2x + C$

▪ *Hướng dẫn :*

$\cos 2x$ là nguyên hàm của $f(x) \cdot e^x$ thì đạo hàm của $\cos 2x$ chính là $f(x) \cdot e^x$.

Ta có: $I = \int f'(x)e^x dx$

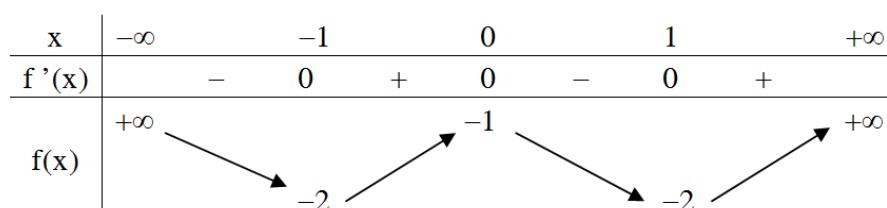
$$\text{Đặt } \begin{cases} u = e^x \Rightarrow du = e^x dx \\ dv = f'(x)dx \Rightarrow v = f(x) \end{cases}$$

$$\Rightarrow e^x \cdot f(x) - \int e^x \cdot f(x) dx = e^x \cdot f(x) - \cos 2x + C \text{ (do } \cos 2x \text{ là 1 nguyên hàm của } f(x) \cdot e^x\text{)}$$

Mặt khác, do $\cos 2x$ là một nguyên hàm của $f(x) \cdot e^x$ nên ta cũng có: $f(x) \cdot e^x = (\cos 2x)' = -2\sin 2x$

Do đó, ta có: $I \equiv -2\sin 2x - \cos 2x + C \Rightarrow$ chọn C.

Câu 45: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Số nghiệm thuộc đoạn $[-\pi; 2\pi]$ của phương trình $2f(\sin x) + 3 = 0$ là

- A. 4 B. 6 C. 3 D. 8

▪ Hướng dẫn :

$$\text{Ta có: } 2.f(\sin x) + 3 = 0 \Leftrightarrow f(\sin x) = -\frac{3}{2}$$

Nhìn vào bảng biến thiên, ta thấy đường thẳng $y = -\frac{3}{2}$ cắt đồ thị hàm số $f(x)$ tại 4 giao điểm \Rightarrow có 4

nghiệm x_1, x_2, x_3, x_4 . Ta có:

- $\sin x = x_1 \in (-\infty; -1)$ nên bị loại do $\sin x \in [-1; 1]$

• $\sin x = x_2 \in (-1; 0)$ nên có nghiệm, ta chọn $x_2 = -\frac{1}{2} \in (-1; 0)$.

• $\sin x = x_3 \in (0; 1)$ nên có nghiệm, ta chọn $x_3 = \frac{1}{2} \in (0; 1)$.

• $\sin x = x_4 \in (1; +\infty)$ nên bị loại do $\sin x \in [-1; 1]$

Xét đồ thị $y = \sin x$ trên đoạn $[-\pi; 2\pi]$. Nhìn vào hình vẽ ta thấy:

* Khi $\sin x = x_2 = -\frac{1}{2}$: Xét trên 2 đoạn: $[-\pi; 0]$ và $[0; 2\pi]$.

- Từ $-\pi$ đến 0, ta có 2 nghiệm.

- Từ 0 đến 2π , ta có thêm 2 nghiệm nữa.

\Rightarrow trường hợp này có 4 nghiệm.

* Khi $\sin x = x_3 = \frac{1}{2}$: Xét trên 2 đoạn: $[-\pi; 0]$ và $[0; 2\pi]$.

- Từ $-\pi$ đến 0 ta không có nghiệm nào.

- Từ 0 đến 2π ta có 2 nghiệm.

\Rightarrow trường hợp này có 2 nghiệm.

Vậy tổng cộng có 6 nghiệm \rightarrow chọn B.

Câu 46: Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên.

Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f(x^3 + 3x^2)$ là

A. 5

B. 3

C. 7

D. 11

Hướng dẫn:

Ta có: $g(x) = f(x^3 + 3x^2) \Rightarrow g'(x) = (3x^2 + 6x)f'(x^3 + 3x^2)$

$g'(x) = 0 \Leftrightarrow (3x^2 + 6x)f'(x^3 + 3x^2) = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2 + 6x = 0 \\ f'(x^3 + 3x^2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \vee x = -2 \rightarrow \text{có 2 nghiệm thực} \\ x \in \{-1; 2; 4,5\} \end{cases}$$

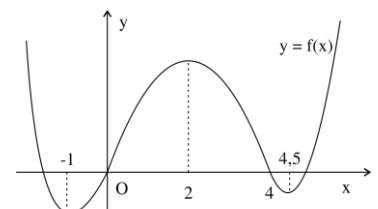
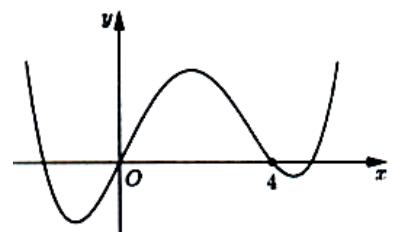
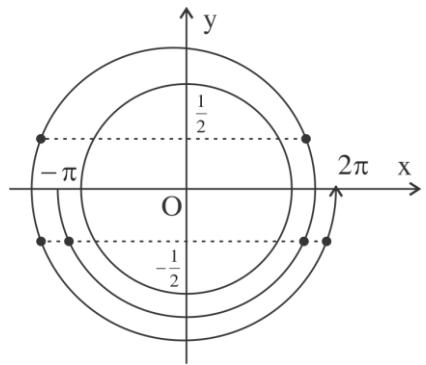
(Nhìn vào đồ thị, ta có thể chọn các giá trị $-1; 2$ và $4,5$ mà không làm mất tính tổng quát của bài toán).

• $x^3 + 3x^2 = -1 \Leftrightarrow x^3 + 3x^2 + 1 = 0 \rightarrow$ có 1 nghiệm thực.

• $x^3 + 3x^2 = 2 \Leftrightarrow x^3 + 3x^2 - 2 = 0 \rightarrow$ có 3 nghiệm thực.

• $x^3 + 3x^2 = 4,5 \Leftrightarrow x^3 + 3x^2 - 4,5 = 0 \rightarrow$ có 1 nghiệm thực.

\Rightarrow Phương trình $g'(x) = 0$ có đúng 7 nghiệm thực phân biệt và là các nghiệm đơn nên hàm số $y = g(x)$ có 7 cực trị \rightarrow chọn C



Câu 47: Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn $0 \leq x \leq 2020$ và $\log_3(3x+3) + x = 2y + 9^y$?

A. 2019

B. 6

C. 2020

D. 4

Hướng dẫn :

Ta có: $\log_3(3x+3) + x = 2y + 9^y$

$$\Leftrightarrow \log_3 3(x+1) + x = 2y + 3^{2y} \Leftrightarrow 1 + \log_3(x+1) + x = 2y + 3^{2y} \Leftrightarrow \log_3(x+1) + (x+1) = 2y + 3^{2y}$$

Đặt $t = 3^{2y} > 0 \Leftrightarrow 2y = \log_3 t$. Do đó, ta có: $\log_3(x+1) + (x+1) = \log_3 t + t$

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = x+1 > 0 \\ v = t > 0 \end{cases} \Rightarrow \log_3 u + u = \log_3 t + t \Rightarrow f(u) = f(v)$$

Xét hàm đặc trưng $f(h) = \log_3 h + h \Rightarrow f'(h) = \frac{1}{t \ln 3} + 1 > 0, \forall t > 0 \Rightarrow f(h)$ là hàm đồng biến $\forall t > 0$

Do đó: $f(u) = f(v) \Leftrightarrow u = v \Leftrightarrow x+1 = t \Leftrightarrow x+1 = 3^{2y} \Leftrightarrow x = 3^{2y} - 1$

Vì $0 \leq x \leq 2020$ nên $0 \leq 3^{2y} - 1 \leq 2020 \Leftrightarrow 1 \leq 9^y \leq 2021 \Leftrightarrow \log_9 1 \leq y \leq \log_9 2021 \Leftrightarrow 0 \leq y \leq 3,46$

Do $x, y \in \mathbb{Z}$ nên $y \in \{0; 1; 2; 3\} \Rightarrow x \in \{0; 8; 80; 728\}$

\Rightarrow có 4 cặp số nguyên là: $(0; 0), (1; 8), (2; 80), (3; 728) \rightarrow$ chọn D.

Câu 48: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và thỏa mãn $xf(x^3) + f(1 - x^2) = -x^{10} + x^6 - 2x$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Khi đó

$\int_{-1}^0 f(x)dx$ bằng

A. $-\frac{17}{20}$

B. $-\frac{13}{4}$

C. $\frac{17}{4}$

D. -1

▪ **Hướng dẫn :**

Ta có: $xf(x^3) + f(1 - x^2) = -x^{10} + x^6 - 2x$, $\forall x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow x^2f(x^3) + xf(1 - x^2) = -x^{11} + x^7 - 2x^2 \quad (1)$$

$$\Rightarrow \int_{-1}^0 x^2f(x^3)dx + \int_{-1}^0 xf(1 - x^2)dx = \int_{-1}^0 (-x^{11} + x^7 - 2x^2)dx \quad (2)$$

• Xét $I_1 = \int_{-1}^0 x^2f(x^3)dx$. Đặt $t = x^3 \Rightarrow dt = 3x^2dx \Rightarrow \frac{1}{3}dt = x^2dx$

Đổi cận: $\begin{cases} x = -1 \Rightarrow t = -1 \\ x = 0 \Rightarrow t = 0 \end{cases} \Rightarrow I_1 = \frac{1}{3} \int_{-1}^0 f(t)dt = \frac{1}{3} \int_{-1}^0 f(x)dx$

• Xét $I_2 = \int_{-1}^0 xf(1 - x^2)dx$. Đặt $u = 1 - x^2 \Rightarrow du = -2x dx \Rightarrow -\frac{1}{2}du = dx$

Đổi cận: $\begin{cases} x = -1 \Rightarrow u = 0 \\ x = 0 \Rightarrow u = 1 \end{cases} \Rightarrow I_2 = -\frac{1}{2} \int_0^1 f(u)du = -\frac{1}{2} \int_0^1 f(x)dx$

• Tính: $\int_{-1}^0 (-x^{11} + x^7 - 2x^2)dx = \frac{-17}{24}$

Do đó, ta có: (2) $\Leftrightarrow \frac{1}{3} \int_{-1}^0 f(x)dx - \frac{1}{2} \int_0^1 f(x)dx = \frac{-17}{24} \quad (3)$

Mặt khác, ta có: (1) $\Leftrightarrow \int_0^1 x^2f(x^3)dx + \int_0^1 xf(1 - x^2)dx = \int_0^1 (-x^{11} + x^7 - 2x^2)dx$
 $\Rightarrow \frac{1}{3} \int_0^1 f(t)dt - \frac{1}{2} \int_1^0 f(u)du = -\frac{5}{8} \Rightarrow \frac{1}{3} \int_0^1 f(x)dx + \frac{1}{2} \int_0^1 f(x)dx = -\frac{5}{8}$
 $\Rightarrow \frac{5}{6} \int_0^1 f(x)dx = -\frac{5}{8} \Rightarrow \int_0^1 f(x)dx = -\frac{3}{4}$

Do đó: (3) $\Leftrightarrow \frac{1}{3} \int_{-1}^0 f(x)dx - \frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) = -\frac{17}{24} \Leftrightarrow \frac{1}{3} \int_{-1}^0 f(x)dx = -\frac{13}{12}$

Vậy $\int_{-1}^0 f(x)dx = -\frac{13}{4} \rightarrow$ chọn B.

Câu 49: Cho khối chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, $AB = a$, $\hat{SBA} = \hat{SCA} = 90^\circ$, góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) bằng 60° . Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. a^3

B. $\frac{a^3}{3}$

C. $\frac{a^3}{2}$

D. $\frac{a^3}{6}$

▪ **Hướng dẫn :**

$\triangle ABC$ vuông cân tại A nên $BC = AB\sqrt{2} = a\sqrt{2}$

$\triangle SBA$ và $\triangle SCA$ là các tam giác vuông có cạnh huyền chung SA và $AB = AC = a$ nên bằng nhau
 \Rightarrow hai đường cao tương ứng BI và CI cũng bằng nhau.

Vì $SA \perp BI$ và $SA \perp IC$ nên $SA \perp (IBC)$.

Ta có: $V_{S.ABC} = V_{S.IBC} + V_{A.IBC} = \frac{1}{3}S_{\triangle IBC} \cdot SI + \frac{1}{3}S_{\triangle IBC} \cdot AI = \frac{1}{3}(SI + AI)S_{\triangle IBC} = \frac{1}{3}SA \cdot S_{\triangle IBC}$

Do BI và CI cùng vuông góc với giao tuyến SA của hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) nên góc tạo bởi (SAB) và (SAC) là góc tạo bởi IB và IC

\Rightarrow góc BIC = 60° hay góc BIC = 120° .

Nếu góc BIC = 60° và IB = IC thì ΔIBC đều $\Rightarrow IB = IC = BC = a\sqrt{2}$. Khi đó tam giác vuông ABI sẽ có cạnh huyền AB = a nhỏ hơn cạnh góc vuông IB = $a\sqrt{2}$ (vô lý). Do đó góc BIC phải bằng 120° .

Khi góc BIC = 120° , áp dụng định lý hàm cos trong ΔIBC ta có :

$$BC^2 = IB^2 + IC^2 - 2 \cdot IB \cdot IC \cos 120^\circ = IB^2 + IB^2 + IB^2 = 3IB^2$$

$$\Rightarrow IB^2 = \frac{BC^2}{3} = \frac{(a\sqrt{2})^2}{3} = \frac{2a^2}{3} \Rightarrow IB = \frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

$$\DeltaIBC \text{ vuông tại } I \text{ có: } AI = \sqrt{AB^2 - IB^2} = \sqrt{a^2 - \frac{2a^2}{3}} = \sqrt{\frac{a^2}{3}} = \frac{a}{\sqrt{3}}$$

$$\DeltaSBA \text{ vuông tại } B \text{ có: } AB^2 = AI \cdot AS \Rightarrow SA = \frac{AB^2}{AI} = \frac{\sqrt{3}a^2}{a} = a\sqrt{3}$$

$$S_{\DeltaIBC} = \frac{1}{2} \cdot IB \cdot IC \sin 120^\circ = \frac{1}{2} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{a^2}{2\sqrt{3}}$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} S_{\DeltaABC} S_{\DeltaIBC} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{3} \cdot \frac{a^2}{2\sqrt{3}} = \frac{a^3}{6} \rightarrow \text{chọn D.}$$

▪ Cách khác :

ΔABC vuông cân tại A nên $BC = AB\sqrt{2} = a\sqrt{2}$

ΔSBA và ΔSCA là các tam giác vuông có cạnh huyền chung SA và $AB = AC = a$ nên bằng nhau $\Rightarrow SB = SC$.

Hai tam giác cân SBC và ABC có chung cạnh đáy BC nên khi gọi O là trung điểm của BC thì ta có $SO \perp BC$ và $AO \perp BC$.

Do $BC \perp SO$ và $BC \perp AO$ nên $BC \perp (SOA)$ $\Rightarrow (\DeltaABC) \perp (SOA)$ theo giao tuyến OA.

Vẽ $SH \perp AO$ thì $SH \perp (\DeltaABC)$ $\Rightarrow SH$ là đường cao của hình chóp SABC

$$\Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{\DeltaABC}$$

$AC \perp SC$ (gt) và $AC \perp SH$ (do $SH \perp (\DeltaABC)$) nên $SH \perp (SCH)$ $\Rightarrow AC \perp CH \Rightarrow$ góc ACH = 90° .

Chứng minh tương tự góc ABH = 90° .

Tứ giác ABHC có góc ACH = góc BAC = góc ABH = 90° nên là hình chữ nhật.

Hình chữ nhật ABHC có $AB = AC = a$ nên là hình vuông.

Vẽ $OE \perp SA$, ta có: $SA \perp OE$ (gt) và $SA \perp BC$ (do $BC \perp (SOA)$) nên $SA \perp (EBC)$ $\Rightarrow SA \perp CE$ và $SA \perp BE$

Do EC và EB lần lượt nằm trong hai mặt phẳng (SAC) và (SAB) và EC, EB cùng vuông góc với giao tuyến SA của hai mặt phẳng (SAC) và (SAB) nên góc tạo bởi 2 mặt phẳng (SAC) và (SAB) là góc tạo bởi EC và EB. Mà theo giả thiết góc tạo bởi (SAB) và (SAC) bằng 60° nên góc tạo bởi EB và EC bằng 60° suy ra góc BEC = 60° hay góc BEC = 120° .

Nếu góc BEC = 60° và $EB = EC$ thì ΔEBC đều $\Rightarrow EB = EC = BC = a\sqrt{2}$.

Khi đó tam giác vuông AEC sẽ có cạnh huyền $AC = a$ nhỏ hơn cạnh góc vuông $CE = a\sqrt{2}$ (vô lý).

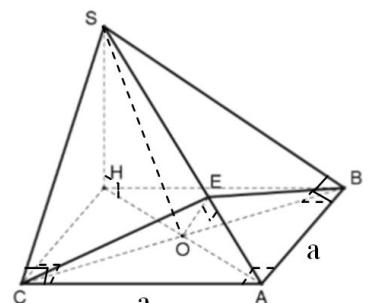
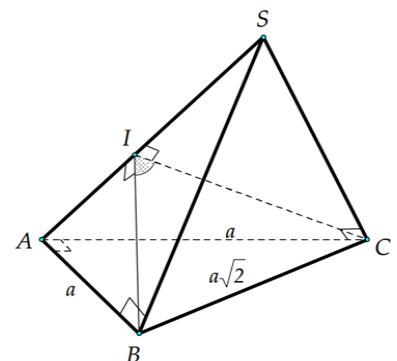
Do đó góc BEC phải bằng 120° .

ΔEBC cân tại E có EO là đường cao nên cũng là đường phân giác nên góc OEC bằng 60°

$$\Rightarrow \DeltaEOC \text{ là nửa tam giác đều } \Rightarrow OE = OC \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{BC}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{a\sqrt{6}}{6} \text{ và } CE = 2 \cdot OE = 2 \cdot \frac{a\sqrt{6}}{6} = \frac{a\sqrt{6}}{3}$$

ΔSCA vuông tại C có:

$$\frac{1}{CE^2} = \frac{1}{SC^2} + \frac{1}{CA^2} \Rightarrow \frac{1}{SC^2} = \frac{1}{CE^2} - \frac{1}{CA^2} = \frac{3}{2a^2} - \frac{1}{a^2} = \frac{1}{2a^2} \Rightarrow CE^2 = 2a^2 \Rightarrow CE = a\sqrt{2}$$



$$\Delta SHC \text{ vuông tại } H \text{ có: } SH = \sqrt{SC^2 - CH^2} = \sqrt{2a^2 - a^2} = \sqrt{a^2} = a$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3} \cdot a \cdot \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC = \frac{1}{3} \cdot a \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot a = \frac{a^3}{6} \rightarrow \text{chọn D.}$$

Câu 50: Cho hàm số $f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên.

Hàm số $g(x) = f(1 - 2x) + x^2 - x$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(1; \frac{3}{2}\right)$

B. $\left(0; \frac{1}{2}\right)$

C. $(-2; -1)$

D. $(2; 3)$

▪ Hướng dẫn :

$$\text{Ta có: } g(x) = f(1 - 2x) + x^2 - x \Rightarrow g'(x) = -2f'(1 - 2x) + 2x - 1$$

Hàm số nghịch biến $\Leftrightarrow g'(x) < 0$

$$\Leftrightarrow -2f'(1 - 2x) + 2x - 1 < 0 \Leftrightarrow f'(1 - 2x) > -\frac{1-2x}{2}$$

Đặt $t = 1 - 2x$, ta có: $f'(t) > -\frac{t}{2}$

Xét sự tương giao của đồ thị hàm số $y = f'(t)$ và $y = -\frac{t}{2}$

Đồ thị của $f'(t)$ chính là đồ thị $f'(x)$ đã có.

Đồ thị $y = -\frac{t}{2}$ là một đường thẳng đi qua các điểm $(-2; 1)$, $(0; 0)$ và $(4; -2)$.

Nhìn vào đồ thị, ta thấy: $f'(t) > -\frac{t}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < t < 0 \\ t > 4 \end{cases}$

Khi đó: $g'(x) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < 1 - 2x < 0 \\ 1 - 2x > 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 < -2x < -1 \\ 2x < -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{2} < x < \frac{3}{2} \\ x < -\frac{3}{2} \end{cases}$

Nhìn vào 4 đáp án, chỉ có đáp án A thỏa \rightarrow chọn A.

