

Cho  $F(x) = (x - 1)e^x$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x)e^{2x}$ . Tìm nguyên hàm của hàm số  $f'(x)e^{2x}$ .

**Hướng dẫn :**

Ta có :  $F(x) = (x - 1)e^x \Rightarrow F'(x) = 1 \cdot e^x + (x - 1)e^x = e^x + xe^x - e^x = xe^x$

$$\int f(x)e^{2x}dx = F(x) \Leftrightarrow f(x)e^{2x} = F'(x) \Leftrightarrow f(x)e^{2x} = xe^x$$

$$\text{Do đó : } (f(x)e^{2x})' = (xe^x)' \Leftrightarrow f'(x)e^{2x} + 2f(x).e^{2x} = 1.e^x + x.e^x \Leftrightarrow f'(x)e^{2x} + 2f(x).e^{2x} = e^x(1+x)$$

$$\Rightarrow f'(x)e^{2x} = e^x(1+x) - 2.f(x).e^{2x} = e^x(1+x) - 2[f(x).e^{2x}] = e^x(1+x) - 2.xe^x = e^x + e^x x - 2.xe^x = (1-x)e^x$$

Suy ra  $\int f'(x)e^{2x}dx = \int (1-x)e^x dx$

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = 1-x \\ dv = e^x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = -dx \\ v = e^x \end{cases}$$

$$\text{Khi đó : } \int f'(x)e^{2x}dx = \int (1-x)e^x dx = (1-x)e^x + \int e^x dx = (1-x)e^x + e^x + C = (2-x)e^x + C$$

Vậy nguyên hàm của hàm số  $f'(x)e^{2x}$  là  $(2-x)e^x + C$ .